

数 学

(11 : 30 ~ 12 : 20)

注 意

- 1 検査開始のチャイムが鳴るまで開いてはいけません。
- 2 問題用紙の1ページから10ページに、問題が□1から□6まであります。
これとは別に解答用紙が1枚あります。
- 3 問題用紙と解答用紙に受検番号を書きなさい。
- 4 答えはすべて解答用紙に記入しなさい。

受検番号

第

番

1 次の(1)～(8)に答えなさい。

(1) $-1 + (-6) \div (-2)$ を計算しなさい。

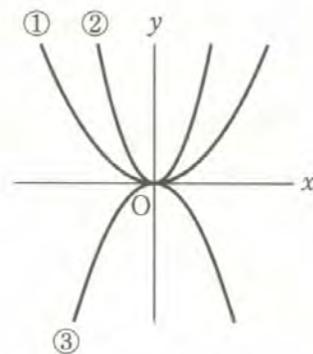
(2) $(8a + b) - 2(3a - 4b)$ を計算しなさい。

(3) $\frac{3\sqrt{6}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ を計算しなさい。

(4) 方程式 $x^2 + 5x - 4 = 0$ を解きなさい。

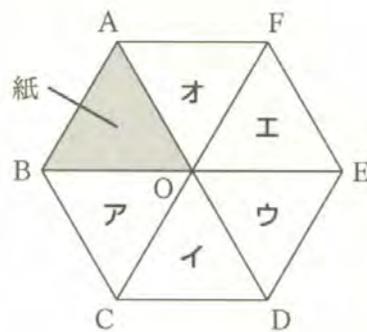
(5) 1次関数 $y = 3x + 6$ の変化の割合は3です。この1次関数について、 x の増加量が4のときの y の増加量を求めなさい。

- (6) 右の図において、放物線①は関数 $y = ax^2$ のグラフ、放物線②は関数 $y = bx^2$ のグラフ、放物線③は関数 $y = cx^2$ のグラフです。図から読み取ることができる比例定数 a, b, c について、正しいものを、次のア～エの中から選び、その記号を書きなさい。



- ア a と b はともに正で、 a は b より大きく、 c は負である。
 イ a と b はともに正で、 a は b より小さく、 c は負である。
 ウ a と b はともに負で、 a は b より大きく、 c は正である。
 エ a と b はともに負で、 a は b より小さく、 c は正である。

- (7) 右の図のように、平面上に正六角形 $ABCDEF$ があり、対角線 AD, BE, CF は1点で交わり、その交点を O とします。 $\triangle OAB$ と同じ形をした紙を $\triangle OAB$ の位置に置きます。この平面上で、紙を、点 O を回転の中心として時計回りに 120° 回転移動させ、さらに、直線 BE を対称の軸として対称移動させます。この移動を終えたとき、紙は図の ア～オ のどの三角形の位置にありますか。ア～オの中から選び、その記号を書きなさい。

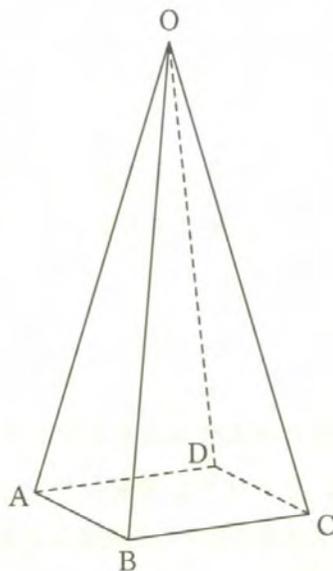


- (8) 箱の中に同じ大きさの白玉だけがたくさん入っています。この箱の中から 50 個の白玉を取り出し、その全部に印をつけてから箱の中に戻し、よくかき混ぜた後、箱の中を見ないで 80 個の白玉を取り出したところ、そのうちの 10 個の白玉に印がついていました。はじめに箱の中に入っていた白玉の個数はおよそ何個と考えられますか。次のア～エの中から最も適当なものを選び、その記号を書きなさい。

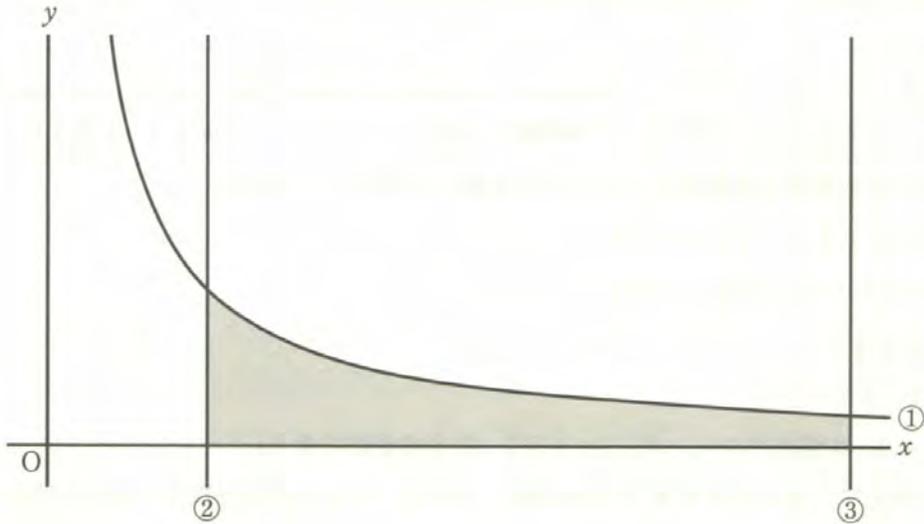
- ア およそ 400 個 イ およそ 800 個 ウ およそ 1300 個 エ およそ 4000 個

2 次の(1)・(2)に答えなさい。

(1) 次の図のように、正四角すい $OABCD$ があり、底面の正方形 $ABCD$ の対角線の長さは 4 cm で、 $OA = OB = OC = OD = 7\text{ cm}$ です。この正四角すいの体積は何 cm^3 ですか。



- (2) 次の図において、曲線①は x の変域を $x > 0$ とする関数 $y = \frac{1}{x}$ のグラフ、直線②は方程式 $x = 1$ のグラフ、直線③は方程式 $x = 5$ のグラフです。曲線①、直線②、直線③及び x 軸で囲まれた図形を A とします。ただし、 A は、図における灰色 () で塗った部分とその部分の周からなるものとします。



正しく作られた1つのさいころを2回投げて、1回目に出た目の数を a 、2回目に出た目の数を b とし、次の【規則】に従って、点Pの座標を定めます。

【規則】

点Pの x 座標を、 a から b を引いた数の絶対値とし、 y 座標を、 $\frac{b}{a}$ の値とします。

【規則】に従うと、例えば、 $a = 2$ 、 $b = 3$ のときは、点Pの x 座標は1、 y 座標は $\frac{3}{2}$ になるので、点Pの座標は $(1, \frac{3}{2})$ です。

正しく作られた1つのさいころを2回投げたとき、【規則】に従って定めた点Pが A 上にある確率を求めなさい。

- ③ 石田さんと川口さんは数学の授業で、次の【性質】が成り立つことを学習しました。下の【証明】は、【性質】が成り立つことの証明です。

【性質】

差が4である2つの奇数について、大きい方の奇数の2乗から小さい方の奇数の2乗を引いた数は、8の倍数である。

【証明】

差が4である2つの奇数は、 n を整数とすると、 $2n-1$ 、 $2n+3$ と表される。

大きい方の奇数の2乗から小さい方の奇数の2乗を引いた数は、

$$\begin{aligned} & (2n+3)^2 - (2n-1)^2 \\ &= (4n^2 + 12n + 9) - (4n^2 - 4n + 1) \\ &= 16n + 8 \\ &= 8(2n+1) \end{aligned}$$

$2n+1$ は整数だから、 $8(2n+1)$ は8の倍数である。

したがって、差が4である2つの奇数について、大きい方の奇数の2乗から小さい方の奇数の2乗を引いた数は、8の倍数である。

石田さんと川口さんは学習したことを振り返り、【性質】の「8の倍数である」ことのほかにもいえることがないかを考えたり、【性質】の条件を変えて考えたりしました。

次の(1)・(2)に答えなさい。

- (1) 石田さんは、【性質】の「差が4である2つの奇数について、大きい方の奇数の2乗から小さい方の奇数の2乗を引いた数」について、ほかにもいえることを考え、次のようにいえることがあると分かりました。

差が4である2つの奇数について、大きい方の奇数の2乗から小さい方の奇数の2乗を引いた数は、いつでも、ことがいえる。

に当てはまる言葉を、次のア～エの中から全て選び、その記号を書きなさい。

- ア 偶数である
- イ 16の倍数である
- ウ 大きい方の奇数を6倍した数より小さい
- エ 小さい方の奇数と大きい方の奇数の和の4倍である

(2) 川口さんは、【性質】の「奇数」を「偶数」に変えたときについて考え、次の【予想】をしました。

【予想】

差が4である2つの偶数について、大きい方の偶数の2乗から小さい方の偶数の2乗を引いた数は、16の倍数である。

【予想】がいつでも成り立つことを証明しなさい。

- 4 田村さんの家族と中川さんの家族は、10月に一緒にキャンプをする計画を立てているところです。田村さんと中川さんは、キャンプ場の候補やキャンプ場で過ごすときの服装について話をしています。

田村：たくさんのキャンプ場を調べただけで、A市、B市、C市にあるキャンプ場は設備が整っていて魅力的だと思ったよ。

中川：確かに魅力的だね。A市、B市、C市にあるキャンプ場を家族に紹介してみよう。

田村：キャンプ場では、どのような服装で過ごせばよいのかな。

中川：気温によって、キャンプ場で過ごすときの服装が変わってくるから、A市、B市、C市の気温に関して調べてみようよ。

2人は、前年におけるA市、B市、C市それぞれの10月1日から10月31日までの、日ごとの平均気温を調べ、その結果を、次のように度数分布表に整理しました。

階級 (°C)	度数 (日)		
	A市	B市	C市
以上 未満 2 ~ 6	4	0	0
6 ~ 10	15	4	5
10 ~ 14	9	11	9
14 ~ 18	2	12	11
18 ~ 22	1	3	5
22 ~ 26	0	1	1
計	31	31	31

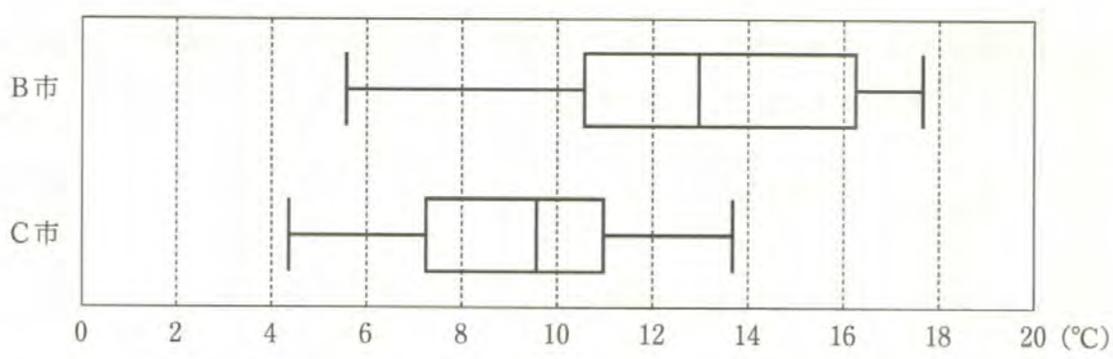
次の(1)・(2)に答えなさい。

- (1) 度数分布表を基に、A市において、度数が最も多い階級の相対度数を、小数第3位を四捨五入して、小数第2位まで求めなさい。

(2) 田村さんの家族と中川さんの家族は、今回のキャンプでは、B市とC市にあるキャンプ場を候補として考えることにしました。

田村：整理した度数分布表では、B市とC市において、平均気温の分布のようすは似ているね。
中川：B市とC市それぞれの1日の気温差はどのようになっているのだろう。
田村：B市にあるキャンプ場は山の中にあるから1日の気温差が大きくて、C市にあるキャンプ場は海の近くにあるから1日の気温差が小さいのかな。
中川：1日の気温差も考えて、キャンプ場で過ごすときの服装を準備しよう。

2人は、前年におけるB市、C市それぞれの10月1日から10月31日までの、日ごとの最高気温と最低気温を調べ、最高気温から最低気温を引いた差である1日の気温差を求めました。そして、B市とC市の1日の気温差のデータの傾向を考察するために、求めた31日分のB市、C市それぞれの1日の気温差のデータを、次のように箱ひげ図に表しました。



2人は、1日の気温差が10°C未満であることを「1日の気温差が小さい」と判断することにしました。

B市とC市のどちらが、1日の気温差が10°C未満である日が多いかという点に着目すると、「C市はB市より1日の気温差が小さい傾向にある」と主張することができます。そのように主張できる理由を、箱ひげ図から読み取れることを基に、説明しなさい。

- 5 次の図1のように、 $AB = 8\text{ cm}$ 、 $BC = 6\text{ cm}$ 、 $\angle ABC = 90^\circ$ の $\triangle ABC$ と、 $DG = 7\text{ cm}$ 、 $DE = 4\text{ cm}$ 、 $EF = 10\text{ cm}$ 、 $\angle GDE = \angle DEF = 90^\circ$ の台形 $DEFG$ があります。 $\triangle ABC$ の辺 BC と台形 $DEFG$ の辺 EF はともに直線 l 上にあり、点 C と点 E は重なっています。図1の台形 $DEFG$ を固定し、 $\triangle ABC$ を直線 l にそって、矢印(\rightarrow)の方向に点 C が点 F に重なるまで移動させます。図2は、移動の途中を示したものです。

図1

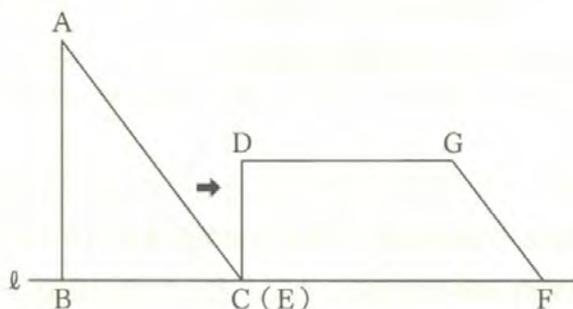
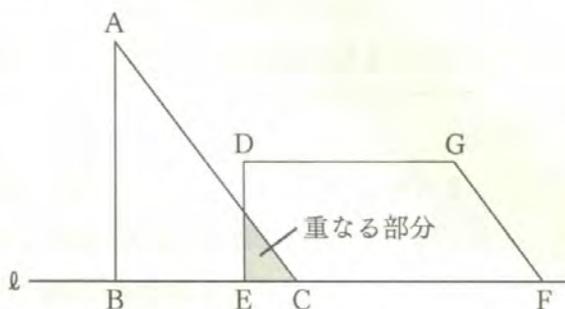


図2

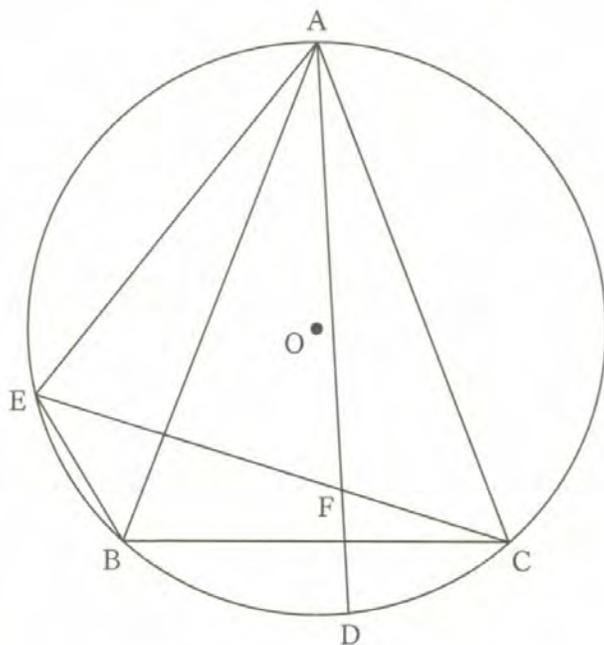


EC の長さが $x\text{ cm}$ のときの、 $\triangle ABC$ と台形 $DEFG$ が重なる部分の面積を $y\text{ cm}^2$ とします。ただし、 $x = 0$ のとき、 $y = 0$ とします。

次の(1)～(3)に答えなさい。

- (1) $x = 10$ のときの y の値を求めなさい。
- (2) $0 \leq x \leq 3$ のとき、 y を x の式で表しなさい。
- (3) $3 \leq x \leq 6$ のとき、 $y = 15$ となる x の値を求めなさい。

- ⑥ 次の図のように、円Oの円周上に3点A, B, Cがあり、 $\angle ABC = \angle ACB$ です。点Aをふくまない方の \widehat{BC} 上に、点B, Cとは異なる点Dをとります。また、点Cをふくまない方の \widehat{AB} 上に $\widehat{CD} = \widehat{BE}$ となる点Eをとります。線分ADと線分ECとの交点をFとします。このとき、 $\triangle AEB \equiv \triangle AFC$ であることを証明しなさい。ただし、 $\angle BAC < 60^\circ$ とします。



数学採点基準

【注意】この採点基準以外に問題がおこったときは、各学校で基準を設けて採点すること。

問題番号	正 答 [例]	採点上の注意	配点	
1	(1) 2		各 2	16
	(2) $2a + 9b$			
	(3) $\sqrt{6}$			
	(4) $x = \frac{-5 \pm \sqrt{41}}{2}$			
	(5) 12			
	(6) イ			
	(7) ウ			
	(8) ア			
2	(1) $8\sqrt{5}$		各 3	6
	(2) $\frac{5}{18}$			
3	(1) ア, エ	全部合っているものだけを正答とする。	3	7
	(2)	<p>差が4である2つの偶数は、n を整数とすると、$2n, 2n + 4$ と表される。</p> <p>大きい方の偶数の2乗から小さい方の偶数の2乗を引いた数は、</p> $(2n + 4)^2 - (2n)^2$ $= (4n^2 + 16n + 16) - 4n^2$ $= 16n + 16$ $= 16(n + 1)$ <p>$n + 1$ は整数だから、$16(n + 1)$ は16の倍数である。</p> <p>したがって、差が4である2つの偶数について、大きい方の偶数の2乗から小さい方の偶数の2乗を引いた数は、16の倍数である。</p>	内容を正しく捉えていれば、表現は異なってもよい。	

問題番号	正 答 [例]	採 点 上 の 注 意	配 点
4	(1) 0.48	内容を正しく捉えていれば、表現は異なってもよい。	3
	(2) B市の第1四分位数は10℃より大きく、C市の第2四分位数は10℃より小さい。つまり、B市の31日分のデータを小さい順に並べたときに、小さい方から8番目は10℃より大きく、C市の31日分のデータを小さい順に並べたときに、小さい方から16番目は10℃より小さい。したがって、前年の10月において、1日の気温差が10℃未満である日は、B市よりC市の方が多いため、C市はB市より1日の気温差が小さい傾向にある。		4
5	(1) 18		各 3
	(2) $y = \frac{2}{3}x^2$		
	(3) $\frac{21}{4}$		
6	<p>△AEBと△AFCにおいて $\angle ABC = \angle ACB$ より、△ABCは$\angle ABC$と$\angle ACB$を底角とする二等辺三角形であるから $AB = AC$① $\widehat{BE} = \widehat{CD}$ であるから $\angle BAE = \angle CAF$② \widehat{AE}に対する円周角は等しいから $\angle ABE = \angle ACF$③ ①, ②, ③より、1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから $\triangle AEB \cong \triangle AFC$</p>	内容を正しく捉えていれば、表現は異なってもよい。	5

数 学 出題のねらい

数と式、図形、関数及びデータの活用の各領域において、基礎的・基本的な知識及び技能、数学的な思考力、判断力、表現力をみる。

各問題のねらい

- 1 数と式や図形、関数、統計について、基礎的・基本的な知識及び技能をみる問題である。
- (1) 正の数と負の数の四則計算をすることができる。
 - (2) 文字を用いた式の四則計算をすることができる。
 - (3) 平方根を含む式の計算をすることができる。
 - (4) 二次方程式を解くことができる。
 - (5) 一次関数 $y = ax + b$ について、変化の割合を基に、 x の増加量に対する y の増加量を求めることができる。
 - (6) 2乗に比例する関数のグラフの特徴を理解している。
 - (7) 回転移動及び対称移動について理解している。
 - (8) 標本調査によって白玉の個数を推定することができる。
- 2 図形や確率について、数学的な思考力をみる問題である。
- (1) 与えられた条件を満たす錐体の体積を求めることができる。
 - (2) 与えられた条件を満たす確率を求めることができる。
- 3 数と式について、数学的な思考力、判断力、表現力をみる問題である。
- (1) 事柄が成り立つかどうかを正しく判断することができる。
 - (2) 予想が成り立つことを、文字式を利用して、証明することができる。

- 4 統計について、基礎的・基本的な知識及び技能、数学的な思考力、表現力をみる問題である。
- (1) 度数分布表を基に、相対度数を求めることができる。
 - (2) 箱ひげ図から読み取れることを基に、「C市はB市より1日の気温差が小さい傾向にある」と主張できる理由を、数学的な表現を用いて説明することができる。
- 5 図形や関数について、数学的な思考力をみる問題である。
- (1) 与えられた条件を満たす y の値を求めることができる。
 - (2) 与えられた条件に基づいて図形を考察し、 y を x の式で表すことができる。
 - (3) 与えられた条件に基づいて図形を考察し、 x の値を求めることができる。
- 6 図形について、数学的な思考力、表現力をみる問題である。
- 与えられた条件に基づいて図形を考察し、2つの図形が合同であることを証明することができる。