令 8

数　　　学

問 題 用 紙

1 次の(1)〜(3)の問いに答えなさい。

(1) 次の①〜③の計算をしなさい。

① $-9+2$

② $3(2x-y)-(x-2y)$

③ $3a^2b^2 \times 4b \div (-4ab)$

(2) 絶対値が３以下の整数の個数として正しいものを、次の**ア**〜**エ**の中から１つ選んで、その記号を書きなさい。

ア ４個　　**イ** ５個　　**ウ** ６個　　**エ** ７個

(3) $x^2-2x-24$ を因数分解したとき、その結果として正しいものを、次の**ア**〜**エ**の中から１つ選んで、その記号を書きなさい。

ア $(x+4)(x-6)$　　**イ** $(x-4)(x+6)$　　**ウ** $(x+3)(x-8)$　　**エ** $(x-3)(x+8)$

2　次の(1)〜(4)の問いに答えなさい。

(1)　次の①〜④について、正しいものには○を、誤っているものには×をつけるものとする。

①　$(-1)^3 = -3$　である。　　②　$-\sqrt{5} < -\sqrt{2}$　である。

③　25の平方根は5だけである。　　④　$\sqrt{16} - \sqrt{9} = \sqrt{7}$　である。

このとき、○と×の組み合わせとして正しいものを、次の**ア**〜**カ**の中から1つ選んで、その記号を書きなさい。

	①	②	③	④
ア	○	○	×	×
イ	○	×	○	○
ウ	×	○	○	×
エ	×	○	×	×
オ	×	×	○	○
カ	×	×	×	○

(2)「奇数から奇数をひいた差は、いつでも偶数になる」

このことを文字を使って、次のように説明した。

〈説明〉

m、n を整数とすると、2つの奇数は $\boxed{①}$、$\boxed{②}$ と表せる。

このとき2つの奇数の差は、

$(\boxed{①}) - (\boxed{②}) = 2(\boxed{③})$

$\boxed{③}$ は整数だから、$2(\boxed{③})$ は偶数である。

したがって、奇数から奇数をひいた差は、いつでも偶数になる。

このとき、$\boxed{①}$ 〜 $\boxed{③}$ に当てはまる式をそれぞれ書いて、〈説明〉を完成させなさい。

(3) 右の**図**で、4 点 A、B、C、D は線分 AC を直径とする円 O の周上の点である。また、線分 AC と線分 BD の交点を E とする。

∠ABE = 36°、∠AED = 87° のとき、∠BOC の大きさとして正しいものを、次の**ア**～**オ**の中から 1 つ選んで、その記号を書きなさい。

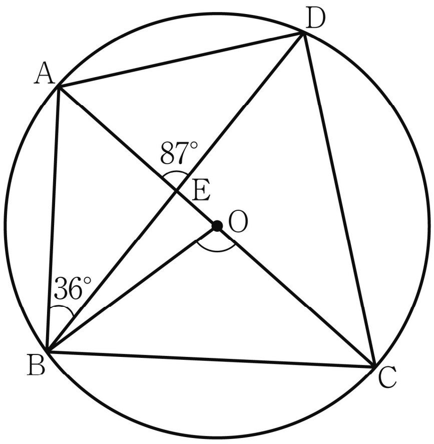
ア 78°

イ 93°

ウ 102°

エ 108°

オ 112°



図

(4) 1 から 6 までの目が出る大小 2 つのさいころを同時に投げるとき、出た目の数の和が 4 以上になる確率として正しいものを、次の**ア**～**カ**の中から 1 つ選んで、その記号を書きなさい。

ただし、それぞれのさいころは、1 から 6 までのどの目が出ることも同様に確からしいとする。

ア $\frac{1}{12}$　　**イ** $\frac{5}{36}$　　**ウ** $\frac{1}{6}$　　**エ** $\frac{5}{6}$　　**オ** $\frac{31}{36}$　　**カ** $\frac{11}{12}$

3 右の**図1**において、点Oは原点、ℓは関数$y=\dfrac{a}{x}$ $(a>0)$のグラフである。

ひよりさんとふみさんは、タブレット端末を利用して、aの値を変化させながら、関数について学んでいる。

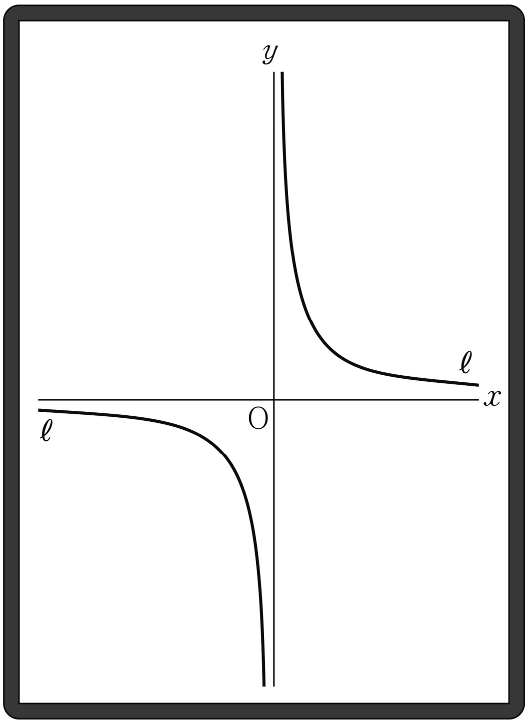


図1

このとき、次の(1)〜(3)の問いに答えなさい。

(1) ひよりさんは、$a=6$としてℓを表示した。

このとき、ℓ上の点で、x座標とy座標がともに整数となる点の個数として正しいものを、次の**ア**〜**カ**の中から1つ選んで、その記号を書きなさい。

ア 4個 **イ** 5個 **ウ** 6個 **エ** 7個 **オ** 8個 **カ** 9個

(2)　右の**図２**において、m は関数 $y=2x^2$ のグラフである。

ふみさんは、a の値を変化させ、ℓ と m との交点の x 座標が 2 となるようにした。

このとき、a の値を求めなさい。

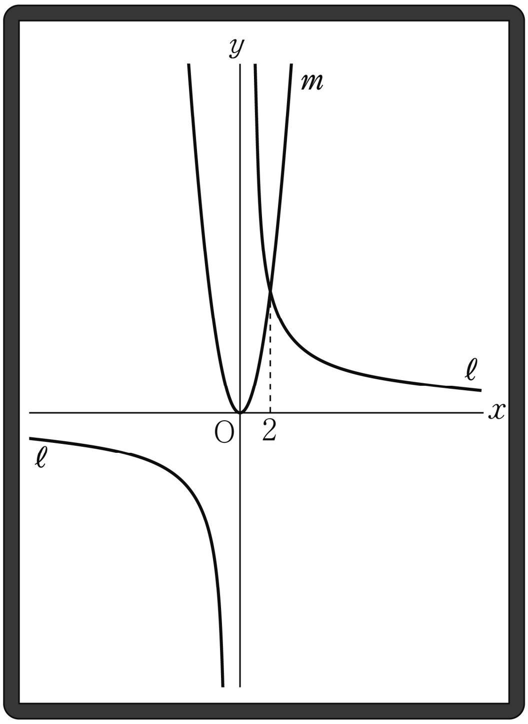


図２

(3)　右の**図３**のように、$a=36$ として ℓ を表示し、ℓ 上の点で x 座標が 2 である点を A、x 座標が 12 である点を B、x 座標が -6 である点を C とする。また、y 軸上を動かすことができる点 P をとる。

ひよりさんは、点 P を原点 O から下の方向へ動かし、△ABP の面積が△ABC の面積と等しくなるようにした。

このとき、点 P の座標を求めなさい。

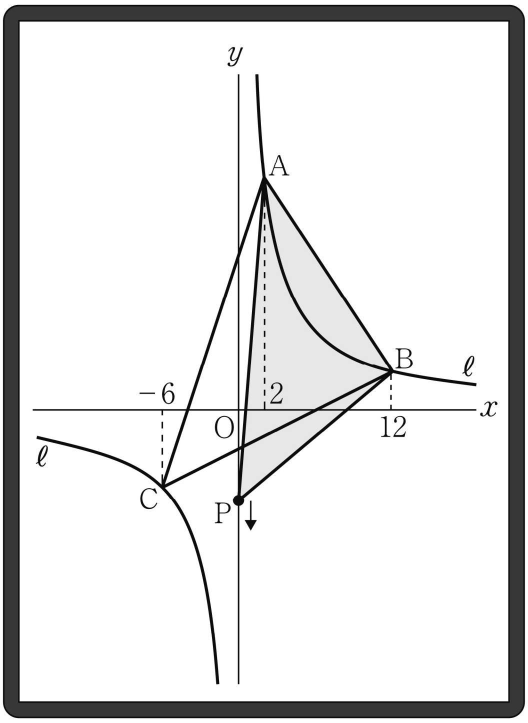


図３

4 右の**図1**のように、1辺が6cmの正六角形ABCDEFがある。

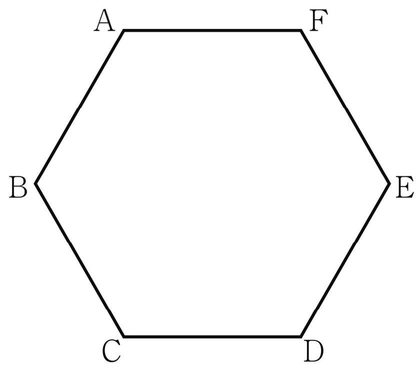


図1

このとき、次の(1)〜(3)の問いに答えなさい。

(1) この正六角形ABCDEFの6つの頂点をすべて通る円をかくとき、その円の直径として正しいものを、次の**ア**〜**オ**の中から1つ選んで、その記号を書きなさい。

ア 3cm　**イ** $3\sqrt{3}$cm　**ウ** 6cm　**エ** $6\sqrt{3}$cm　**オ** 12cm

(2) 右の**図２**のように、正六角形ABCDEFについて、辺BC上にBP＝4cmとなる点P、辺CD上にCQ＝3cmとなる点Qをとる。

このとき、△ABP∽△QCPであることを、次のように証明した。

$\boxed{\text{Ⅰ}}$～$\boxed{\text{Ⅲ}}$に当てはまるものとして最も適切なものを、［　　　］の選択肢の**ア**～**エ**の中からそれぞれ１つ選んで、その記号を書きなさい。

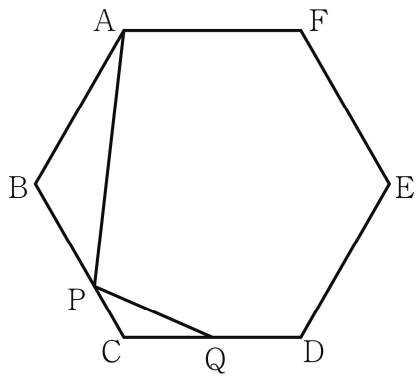


図２

〈証明〉

△ABPと△QCPにおいて、

正六角形の６つの内角の大きさはすべて等しいから、

∠ABP＝$\boxed{\text{Ⅰ}}$＝120°　……①

正六角形の１辺は6cmで、BP＝4cm、CQ＝3cmだから、

AB：QC＝6：3＝2：1

$\boxed{\text{Ⅱ}}$＝4：2＝2：1

したがって、AB：QC＝$\boxed{\text{Ⅱ}}$　……②

①、②より、$\boxed{\text{Ⅲ}}$等しいから、

△ABP∽△QCP

$\boxed{\text{Ⅰ}}$の選択肢

ア　∠CPQ　**イ**　∠QCP　**ウ**　∠CQP　**エ**　∠APQ

$\boxed{\text{Ⅱ}}$の選択肢

ア　AB：PC　**イ**　PC：AB　**ウ**　BP：CP　**エ**　CP：BP

$\boxed{\text{Ⅲ}}$の選択肢

ア　３組の辺の比がすべて

イ　２組の辺の比とその間の角がそれぞれ

ウ　２組の角がそれぞれ

エ　斜辺と１つの鋭角がそれぞれ

(3) 右の**図３**のように、正六角形ABCDEFの周りをすべらないように転がすことができる1辺が6cmの正三角形RSTがある。頂点Sは頂点Bと、頂点Tは頂点Aとそれぞれ重なっている。

この状態から、正三角形RSTを、正六角形ABCDEFの周りを1周だけすべらないように転がしたところ、頂点Rはもとの位置に戻った。

このとき、頂点Rが動いた跡（あと）にできる線の長さを求めなさい。

ただし、円周率はπとする。

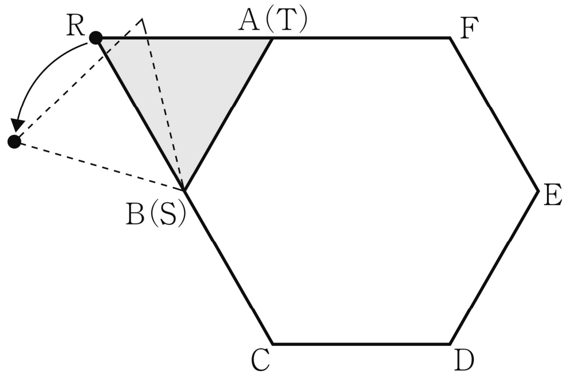


図３

5 あおいさんとつばささんの次の会話を読んで、(1)〜(3)の問いに答えなさい。

あおい：クイズ大会の予選問題をみんなで解いたね。1問1点で50問あったね。

つばさ：この大会は、クラスで登録したチームの中から代表を1チーム決めて、その後、代表チームでのクラス対抗になるんだよね。

あおい：1チーム10人で、私たちのクラスは、Aチーム、Bチーム、Cチーム、Dチームの4チームを登録したね。

つばさ：予選問題を解いた結果を使って、クラスの代表チームを決めるんだね。決め方の基準は各クラスで考えていいそうだよ。

あおい：それなら、結果のデータを分析してみよう。

つばさ：そうしよう。私たちのクラスの結果はどうだったのかな。

あおい：私たちAチームの10人それぞれの得点を、値の小さい順に並べるとこうなるよ。

〈Aチームの得点〉

30	31	35	38	40	41	42	44	44	45	（単位　点）

つばさ：**〈Aチームの得点〉**の平均値は $\boxed{①}$ 点だね。

あおい：そうだね。

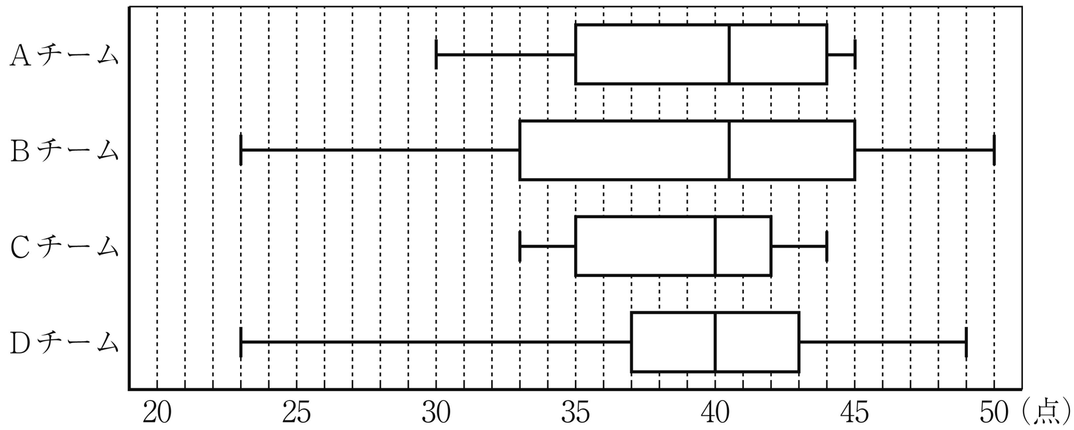
(1) 会話文中の $\boxed{①}$ に当てはまる数を求めなさい。

つばさ：他のチームの結果はどうだったんだろう。

あおい：それぞれのチームのデータについての箱ひげ図が発表されていたね。

つばさ：A チーム、B チーム、C チームは 10 人分のデータの箱ひげ図だけど、D チームは途中経過の箱ひげ図で、7 人分のデータしか表していないよ。

〈発表された箱ひげ図〉



あおい：**〈発表された箱ひげ図〉**で比べてみると、こんなことが読み取れると思うんだけど、どうかな。

【あおいさんの考え】

Ⅰ　第 1 四分位数が最も大きいのは B チームである。

Ⅱ　C チームの 42 点以上の人数は 3 人である。

Ⅲ　どのチームも 35 点以上 40 点以下の人が少なくとも 1 人いる。

つばさ：ちょっと待って、よく考えてみよう。

(2)　**【あおいさんの考え】**のⅠ～Ⅲについて、**〈発表された箱ひげ図〉**から読み取れることとして、必ず正しいといえるものには○を、そうでないものには×をつけるものとする。

このとき、○と×の組み合わせとして正しいものを、次の**ア～カ**の中から 1 つ選んで、その記号を書きなさい。

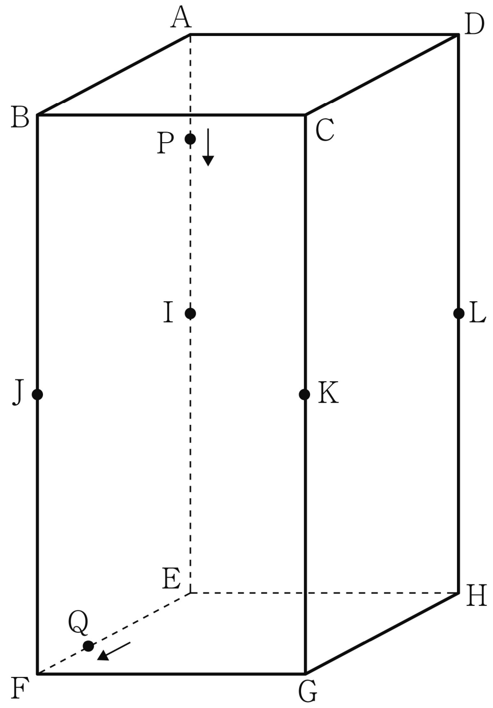
	Ⅰ	Ⅱ	Ⅲ
ア	○	○	×
イ	○	×	○
ウ	○	×	×
エ	×	○	○
オ	×	×	○
カ	×	×	×

あおい：Dチームの残り3人の結果を教えてもらえたよ。残り3人の得点は低い順に26点、 ② 点、50点だったそうだよ。 つばさ：そうなんだね。そうすると、3人の得点を加えたDチームの得点の四分位範囲は7点で、中央値はAチームの得点の中央値と同じ40.5点になったね。 あおい：ほんとうだね。 つばさ：それぞれのチームに特徴があるね。 あおい：代表チームはクイズの出題形式も考えて、決めるんだね。

(3) 会話文中の ② に当てはまる数を求めなさい。

6 右の**図**のように、AB＝BC＝3cm、AE＝6cmの直方体ABCDEFGHがある。辺AEの中点をI、辺BFの中点をJ、辺CGの中点をK、辺DHの中点をLとする。点Pは頂点Aを出発して、秒速1cmの速さで辺AE上を頂点A→点I→頂点E→点I→頂点A→点I→…の順に動く。また、点Qは頂点Eを出発して、秒速2cmの速さで正方形EFGHの辺上を頂点E→頂点F→頂点G→頂点H→頂点E→頂点F→…の順に動く。

ただし、2点P、Qは同時に出発するものとする。



図

このとき、次の(1)〜(3)の問いに答えなさい。

(1) 2点P、Qが出発してから10秒後までの間に、△PFKが正三角形となる回数として正しいものを、次の**ア**〜**エ**の中から1つ選んで、その記号を書きなさい。

ア 1回　　**イ** 2回　　**ウ** 3回　　**エ** 4回

(2)　2点P、Qが出発してから4秒後の3点P、F、Qを頂点とする△PFQの面積を求めなさい。

(3)　2点P、Qが出発してから5秒後の4点A、P、G、Qを頂点とする四面体APGQを平面IJKLで2つに分ける。

このとき、頂点Gを含む立体の体積を求めなさい。

数　学（満点１００点）標準解答及び採点上の留意点　　令8

問題			標準解答	配点	
1	(1)	①	-7	4点	20点
		②	$5x-y$	4点	
		③	$-3ab^2$	4点	
	(2)		エ	4点	
	(3)		ア	4点	
2	(1)		エ	5点	20点
	(2)	①	$2m+1$	5点	
		②	$2n+1$		
		③	$m-n$		
	(3)		ウ	5点	
	(4)		カ	5点	
3	(1)		オ	4点	15点
	(2)		$a=16$	5点	
	(3)		$(0,\ -15)$	6点	
4	(1)		オ	4点	15点
	(2)	Ⅰ	イ	2点	
		Ⅱ	ウ	2点	
		Ⅲ	イ	2点	
	(3)		24π (㎝)	5点	
5	(1)		39 (点)	4点	15点
	(2)		オ	5点	
	(3)		44 (点)	6点	
6	(1)		イ	4点	15点
	(2)		$\frac{\sqrt{133}}{2}$ (㎠)	5点	
	(3)		$\frac{17}{4}$ (㎤)	6点	

（注意）
この標準解答及び採点上の留意点によって処理しがたい細部については、各学校で適正な基準を設ける。

問題			採点上の留意点
2	(2)	①	・異なる式の組合せでも説明が成立していれば可とする。 例：①$2m-1$、②$2n-1$、③$m-n$
		②	
		③	