

令和6年度学力検査問題

(第2限 10:30~11:20)

数 学

注 意

- 1 「始め」の合図があるまでは、開いてはいけません。
- 2 問題は全部で5題あり、10ページまでです。
- 3 「始め」の合図があったら、まず、解答用紙に検査場名、受検番号を書きなさい。
- 4 答えは、すべて解答用紙に書きなさい。
- 5 「やめ」の合図で、すぐ鉛筆をおき、解答用紙を裏返しにして机の上におきなさい。

注意 $\sqrt{\quad}$ や円周率 π が必要なときは、およその値を用いなくて $\sqrt{\quad}$ や π のままで答えること

【第1問題】 次の問1～問9に答えなさい。

問1 $5+3\times(-4)$ を計算しなさい。

問2 $(2\sqrt{3}-\sqrt{7})(2\sqrt{3}+\sqrt{7})$ を計算しなさい。

問3 比例式 $x:(x-3)=5:3$ で、 x の値を求めなさい。

問4 連立方程式 $\begin{cases} 2x+3y=1 \\ x-y=3 \end{cases}$ を解きなさい。

問5 方程式 $(x-2)^2=7$ を解きなさい。

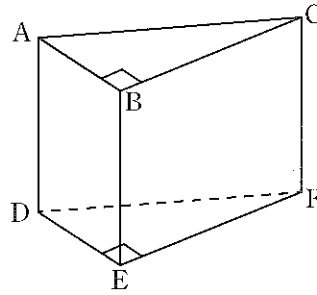
問6 次の1, 2にある数量の関係を、等式か不等式で表しなさい。

1 20L入る容器に毎分 x Lずつ水を入れるとき、容器が水でいっぱいになるまで y 分間かかる。

2 30mのテープから a mのテープを5本切り取ると、残りは b mより長い。

問7 図1は、底面が直角三角形で、側面がすべて長方形の三角柱である。平面ADEBと垂直な平面を、後のア～エからすべて選び、記号で答えなさい。

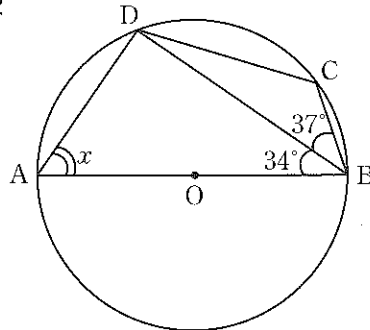
図1



- ア 平面ABC イ 平面DEF ウ 平面ADFC エ 平面BEFC

問8 図2のように、円Oの円周上に4点A, B, C, Dをとる。ABが直径であるとき、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。

図2



問9 太郎さんは、近所のお店に飾られている組子とよばれる木工細工を見た。組子の模様の1つに、図3のような二等辺三角形を組み合わせてできている「麻の葉」とよばれるものがあった。太郎さんはその美しさに感動し、図4のように組子の模様の一部を作図した。二等辺三角形をそれぞれア～カとすると、ア～カはすべて合同である。後の1, 2に答えなさい。

「麻の葉」模様の組子

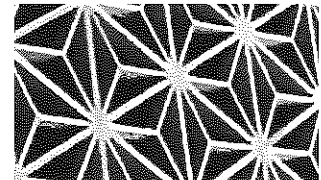


図3

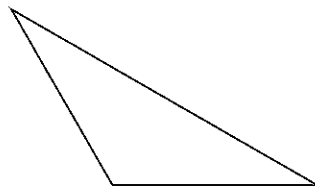
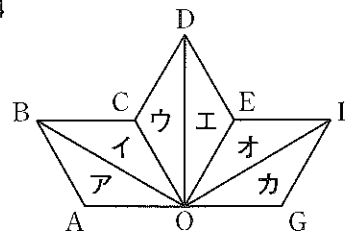


図4

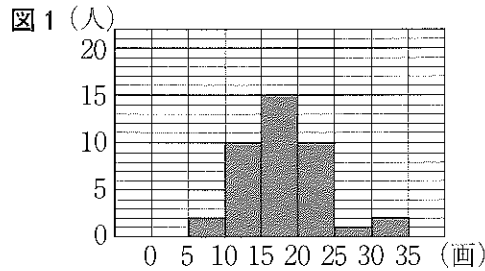


- 1 三角形アを、直線OCを対称の軸として、対称移動して重ね合わせることができる三角形を、イ～カから1つ選び、記号で答えなさい。
- 2 三角形アを、点Oを回転の中心として、回転移動して重ね合わせることができる三角形を、イ～カからすべて選び、記号で答えなさい。

【第2問題】 次の問1, 問2に答えなさい。

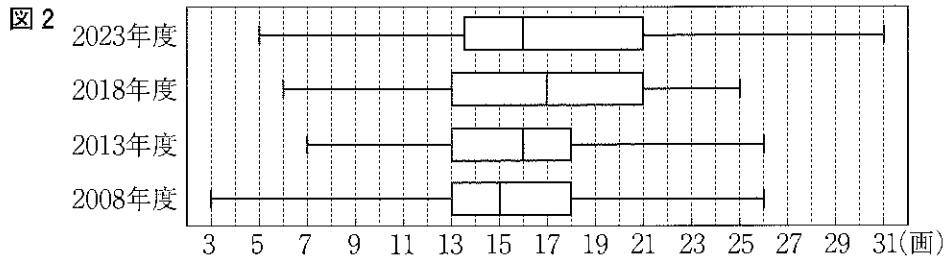
問1 太郎さんは、生徒の名前の画数を「花子」であれば10画、「クリス」であれば6画のように調べた。

図1は、太郎さんの学校の2023年度の3年生40人について、調べた結果をヒストグラムに表したものである。例えば、30画以上35画未満の階級の度数は2人である。後の1, 2に答えなさい。



1 最初の階級から15画以上20画未満の階級までの累積度数を求めなさい。

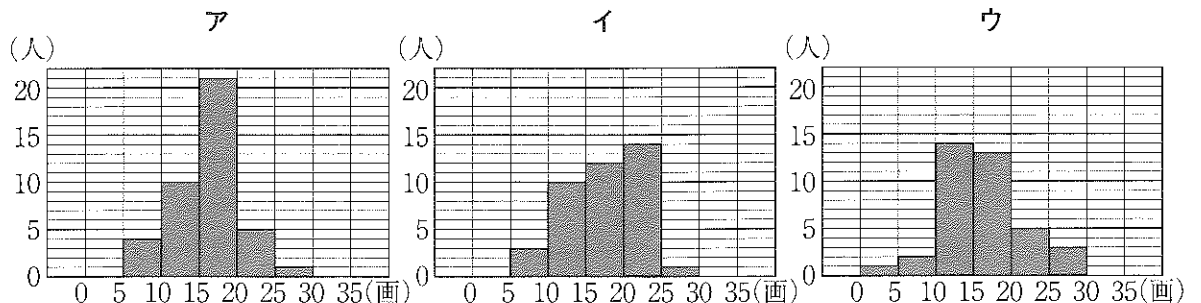
2 図2は2023年度, 2018年度, 2013年度, 2008年度の3年生について、調べた結果を箱ひげ図に表したものである。ただし、3年生の人数は年度によって異なる場合がある。後の(1), (2)に答えなさい。



(1) 図2の箱ひげ図から読みとれることとして正しいと判断できるものを、次のア～オから2つ選び、記号で答えなさい。

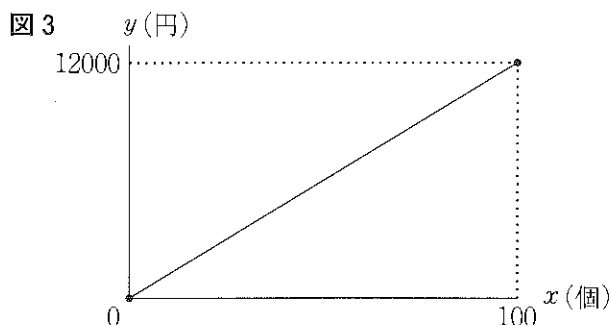
- ア 2023年度と2018年度の第1四分位数は等しい。
- イ 2023年度と2013年度では、範囲も四分位範囲も2023年度の方が大きい。
- ウ 2018年度の平均値は17画である。
- エ 2013年度には10画以下の人はいない。
- オ どの年度も半数以上の人々が15画以上である。

(2) 次のア～ウは、2018年度, 2013年度, 2008年度のいずれかのデータを使って作成したヒストグラムであり、図2の箱ひげ図と対応している。2013年度のヒストグラムを、次のア～ウから1つ選び、記号で答えなさい。



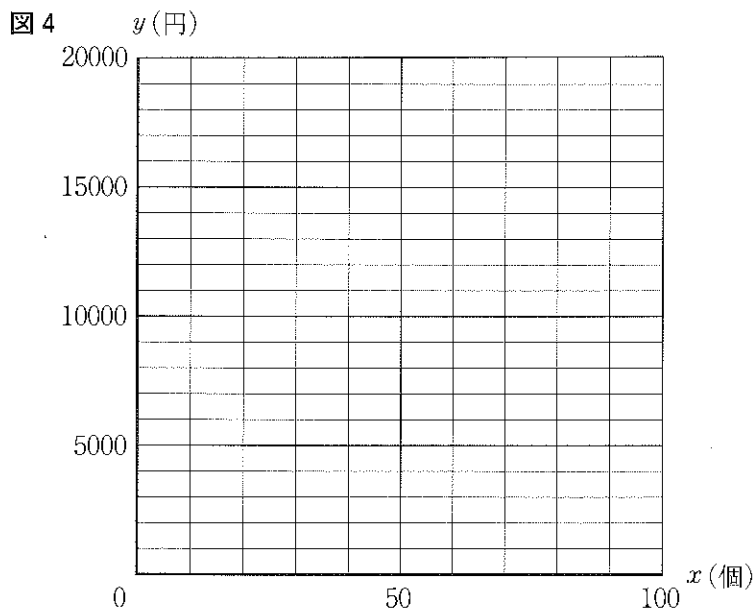
問2 太郎さんは、祭りでかき氷を販売することにした。販売した個数を x 個、販売額の合計を y 円とし、 y を x の関数とみなして、 x と y の関係について調べた。次の1, 2に答えなさい。ただし、消費税は考えないものとする。

1 図3は、かき氷100個をすべて同じ価格で販売したときのグラフである。1個の価格を求めなさい。



2 太郎さんは、かき氷を100個販売することにした。売れ行きによっては、途中で値下げして残りすべてを販売するつもりである。次の(1)~(3)に答えなさい。

(1) はじめのうちは1個の価格を200円にして40個販売し、その後、1個の価格を100円に値下げして残りすべてを販売したときの、 x と y の関係を表すグラフを解答用紙の図4にかきなさい。

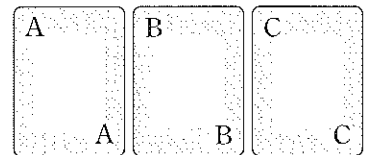


(2) (1)の販売額の合計は、1個の価格を200円にして100個すべてを販売した場合と比べていくらか少なくなるか、求めなさい。

(3) はじめのうちは1個の価格を200円にして何個か販売し、その後、1個の価格を100円に値下げして残りすべてを販売する。販売額の合計を12000円以上にするためには、1個の価格を200円にしているときに、何個以上販売する必要があるか、求めなさい。

【第3問題】 図のようにA, B, Cと書かれた3枚のカードがある。 図

太郎さんと花子さんは、次のルールでゲームをくり返して行うことにした。後の問1, 問2に答えなさい。



ルール

- ・花子さんは、異なる3つの自然数を決めて、小さい方から順にA, B, Cのカードに書く。
- ・花子さんは、3枚のカードをよく混ぜ、太郎さんに1枚ひいてもらう。
- ・ひいた1枚のカードに書かれた数の2乗した数を、太郎さんの得点とする。
- ・残った2枚のカードに書かれた2つの数の積を、花子さんの得点とする。
- ・太郎さんと花子さんの得点を比べ、大きい方を勝ちとする。ただし、得点が同じときは引き分けとする。

問1 太郎さんのカードのひき方は同様に確からしいものとする。次の1~3に答えなさい。

- 1 太郎さんが3枚のカードから1枚ひくとき、Aのカードをひく確率を求めなさい。
- 2 次の(1), (2)に答えなさい。
 - (1) カードに書かれた数が、Aは1, Bは2, Cは3のとき、太郎さんが勝つ確率を求めなさい。
 - (2) カードに書かれた数が、Aは1, Bは2, Cは4のとき、花子さんが勝つ確率を求めなさい。
- 3 太郎さんが勝つことの起こりやすさと、花子さんが勝つことの起こりやすさが同じになるような、カードに書かれた3つの自然数の組を1組答えなさい。ただし、2の問題文中に出てきた数の組(1, 2, 3), (1, 2, 4)以外の組を答えること。

問2 太郎さんがBのカードをひいたときの2人の得点について、次の文章を読んで、後の1, 2に答えなさい。

例えば、カードに書かれた数が3つの連続する自然数のとき、太郎さんと花子さんの得点は、次の表1のようになる。

A	B	C	太郎さんの得点	花子さんの得点	得点の差
1	2	3	4	3	1
2	3	4	9	8	1
3	4	5	16	15	1

表1から、次のように予想することができる。

予想1

カードに書かれた数が3つの連続する自然数ならば、太郎さんがBのカードをひいたとき、太郎さんの得点は、花子さんの得点よりいつでも1大きい。

予想1が正しいことは、次のように証明できる。

証明1

カードに書かれた3つの連続する自然数のうち、Bのカードに書かれた数を n とすると、Aは $n-1$ 、Cは $n+1$ と表すことができる。太郎さんがBのカードをひいたとき、太郎さんの得点から花子さんの得点をひくと、

$$\begin{aligned} n^2 - (n-1)(n+1) &= n^2 - (n^2 - 1) \\ &= n^2 - n^2 + 1 \\ &= 1 \end{aligned}$$

したがって、カードに書かれた数が3つの連続する自然数ならば、太郎さんがBのカードをひいたとき、太郎さんの得点は、花子さんの得点よりいつでも1大きい。

カードに書かれた数が a ずつはなれた自然数のとき、太郎さんと花子さんの得点は、次の表2、表3のようになる。ただし、 a は自然数とする。

表2 $a = 2$ のとき

A	B	C	太郎さんの得点	花子さんの得点	得点の差
1	3	5	9	5	4
2	4	6	16	12	4

表3 $a = 3$ のとき

A	B	C	太郎さんの得点	花子さんの得点	得点の差
1	4	7	16	7	9
2	5	8	25	16	9

1 カードに書かれた数が a ずつはなれた自然数のとき、どんな性質があるかを次のように予想した。

にあてはまる数または式を入れ、予想2を完成しなさい。

予想2

カードに書かれた数が a ずつはなれた自然数ならば、太郎さんがBのカードをひいたとき、太郎さんの得点は、花子さんの得点よりいつでも 大きい。

2 予想2が正しいことを次のように証明した。, にあてはまる数または式を入れなさい。

また、 に証明の続きを書き入れ、証明2を完成しなさい。ただし、 には1と同じものが入る。

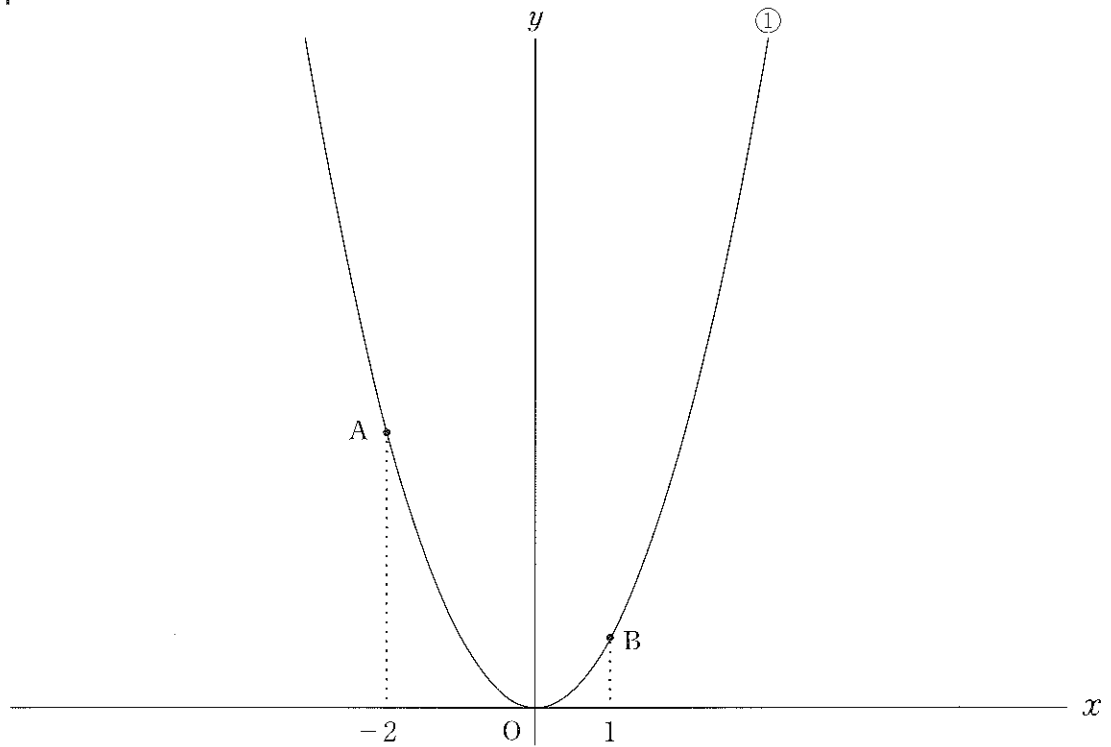
証明2

カードに書かれた a ずつはなれた自然数のうち、Bのカードに書かれた数を n とすると、Aは , Cは と表すことができる。太郎さんがBのカードをひいたとき、太郎さんの得点から花子さんの得点をひくと、

したがって、カードに書かれた数が a ずつはなれた自然数ならば、太郎さんがBのカードをひいたとき、太郎さんの得点は、花子さんの得点よりいつでも 大きい。

【第4問題】 図1のように、関数 $y = x^2 \cdots \textcircled{1}$ のグラフ上に、2点A, Bがあり、 x 座標はそれぞれ $-2, 1$ である。後の問1～問3に答えなさい。

図1



問1 次の1～3に答えなさい。

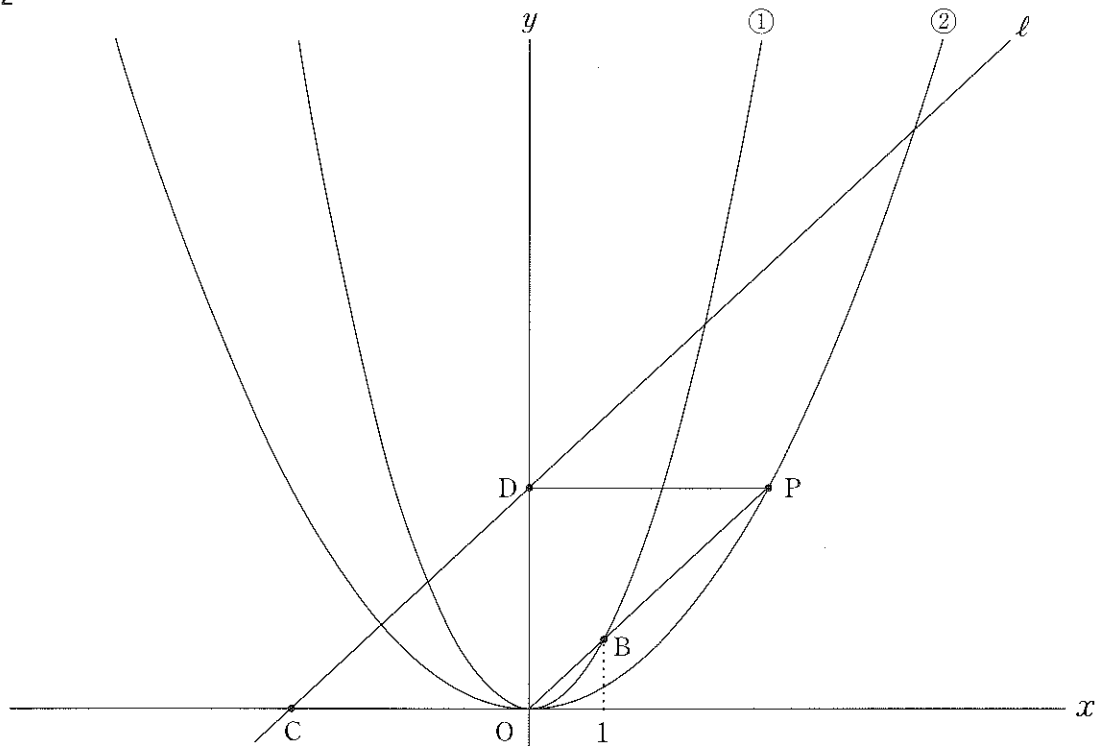
- 1 点Aの y 座標を求めなさい。
- 2 2点A, Bの間の距離を求めなさい。
- 3 直線OBと傾きが等しく、点Aを通る直線の式を求めなさい。

問2 次の , にあてはまる数をそれぞれ求めなさい。

関数 $\textcircled{1}$ について、 x の変域が $-1 \leq x \leq \text{ア}$ のとき、 y の変域は $\text{イ} \leq y \leq 9$ である。

問3 図2の直線 l は、関数 $y = x + 4$ のグラフである。直線 l と x 軸の交点をC、直線 l と y 軸の交点をDとする。線分OBを延長した直線上に、四角形DCOPが平行四辺形となるような点Pをとる。ただし、点Pの x 座標は正とする。また、関数 $y = ax^2$ (a は定数) … ② のグラフは、点Pを通る。後の1, 2に答えなさい。

図2



1 a の値を求めなさい。

2 関数②のグラフと辺CDの交点をQとする。また、関数①のグラフと辺DPの交点をRとする。 $\triangle OPQ$ と $\triangle BPR$ の面積の比を、最も簡単な整数の比で表しなさい。

【第5問題】 図1のように、直角二等辺三角形の三角定規を直線 ℓ 上におき、三角定規の頂点がある位置をO, A, Bとする。このとき、 $\angle AOB=90^\circ$, $OA=OB$ である。この三角定規を、点Oを回転の中心として時計回りに回転させたとき、移動後の頂点を、図2のようにP, Qとする。後の問1～問3に答えなさい。

図1

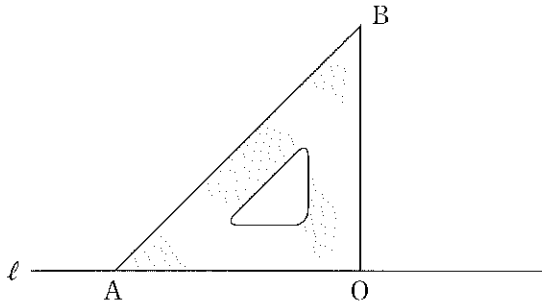
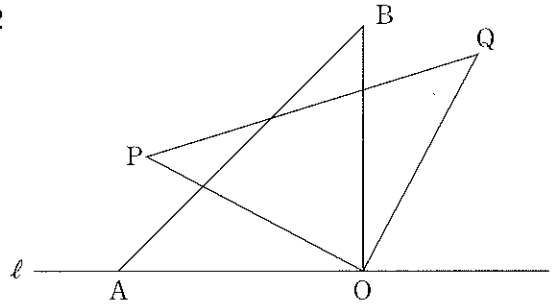


図2



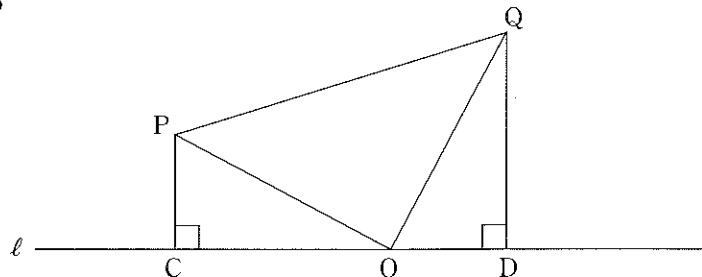
問1 $\angle OPQ$ の大きさを求めなさい。

問2 次の1, 2に答えなさい。

1 点Qを通る直線 ℓ の垂線を、コンパスと定規を用いて解答用紙の図に作図しなさい。ただし、作図に用いた線は消さないでおくこと。

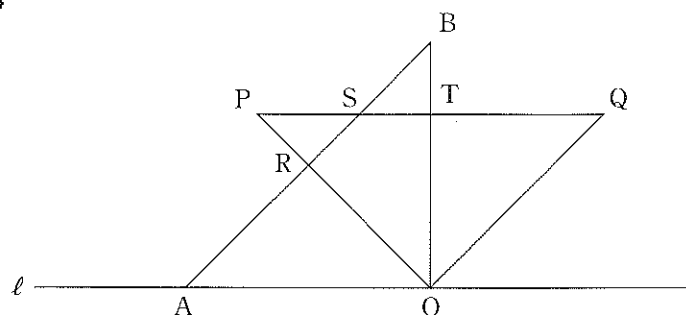
2 図3のように、点P, Qをそれぞれ通る直線 ℓ の垂線をひき、直線 ℓ との交点を順にC, Dとする。 $\triangle PCO \equiv \triangle ODQ$ であることを証明しなさい。

図3



問3 図4は $\angle AOP=45^\circ$ となるまで三角定規を回転したものである。辺OPと辺ABの交点をR, 辺PQと辺ABの交点をS, 辺PQと辺OBの交点をTとする。OA=2のとき, 後の1, 2に答えなさい。

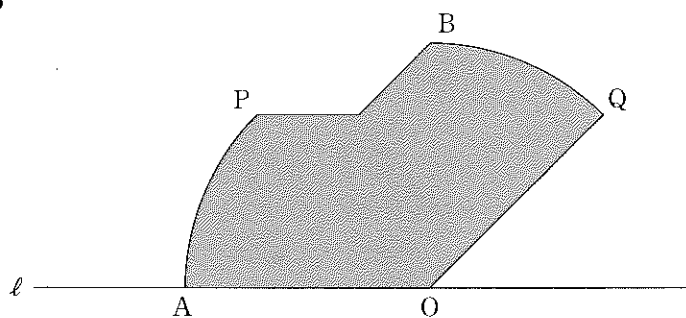
図4



1 PRの長さを求めなさい。

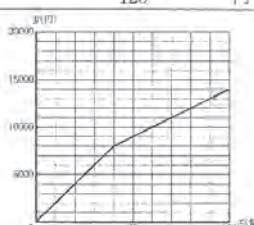
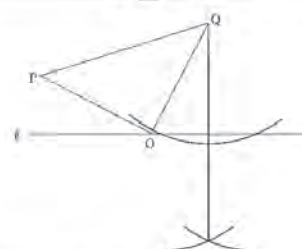
2 図5の色をつけて表した部分は, $\angle AOP=45^\circ$ となるまで三角定規を回転したときに, 三角定規が通った部分である。色をつけて表した部分の面積を求めなさい。

図5



数 学 正解答(例)

令和6年度

問題番号	正 解 答	配 点	
第 1 問 題	問 1	-7	1点
	問 2	5	1点
	問 3	$x = \frac{15}{2}$	1点
	問 4	$x = 2, y = -1$	1点
	問 5	$x = 2 \pm \sqrt{7}$	1点
	問 6	1 $xy = 20$	1点
	2 $30 - 5a > b$	1点	
	問 7	ア, イ, エ	1点
	問 8	$\angle x = 56^\circ$	1点
問 9	1 エ	1点	
	2 ウ, オ	1点	
計11点			
第 2 問 題	問 1	1 27 人	1点
	2 (1)	イ, オ	2点
	(2)	ア	2点
	問 2	1 120 円	1点
	2 (1)		2点
	(2)	6000 円	1点
(3)	20 個以上	2点	
計11点			
第 3 問 題	問 1	1 $\frac{1}{3}$	1点
	2 (1)	$\frac{2}{3}$	1点
	(2)	$\frac{1}{3}$	1点
	3	(1, 3, 9) など	2点
	問 2	1 ア a^2	1点
	イ $n-a$ ウ $n+a$	1点	
エ $n^2 - (n-a)(n+a) = n^2 - (n^2 - a^2)$ $= n^2 - n^2 + a^2$ $= a^2$	2点		
計9点			
第 4 問 題	問 1	1 4	1点
	2 $3\sqrt{2}$	1点	
	3 $y = x + 6$	1点	
	問 2	ア 3 イ 0	2点
問 3	1 $a = \frac{1}{4}$	2点	
	2 $\triangle OPQ : \triangle BPR = 8 : 3$	2点	
計9点			
第 5 問 題	問 1	$\angle OPQ = 45^\circ$	1点
	1		2点
	2	【証明】 $\triangle PCO$ と $\triangle ODQ$ において、 仮定より $OP = OQ$ ……① $\angle PCO = \angle ODQ = 90^\circ$ ……② $\triangle PCO$ において、三角形の内角の和は 180° だから $\angle OPC = 180^\circ - 90^\circ - \angle COP = 90^\circ - \angle COP$ ……③ 3点 C, O, D が一直線上にあるから $\angle QOD = 180^\circ - 90^\circ - \angle COP = 90^\circ - \angle COP$ ……④ ③, ④より $\angle OPC = \angle QOD$ ……⑤ ①, ②, ⑤より直角三角形で、斜辺と1つの鋭角が それぞれ等しいから $\triangle PCO = \triangle ODQ$	3点
	問 3	1 $2 - \sqrt{2}$	2点
2 $\pi + 4 - 2\sqrt{2}$	2点		
計10点			
記述で答える問いについては、表現が異なっても正解答と同意であればよい。			合計50点