令 和 6 年 度

Ⅱ　数　学

（10 時 10 分 ～ 11 時 00 分）

注　　意

○ 問題用紙は３枚（３ページ）あります。

○ 解答用紙は**この用紙の裏面**です。

○ 答えはすべて，解答用紙の所定の欄に記入しなさい。

○ 解答用紙の　　　の欄には記入してはいけません。

注　意

1　答えに$\sqrt{\quad}$が含まれるときは，$\sqrt{\quad}$をつけたままで答えなさい。
　ただし，$\sqrt{\quad}$の中はできるだけ小さい自然数にしなさい。

2　円周率はπを用いなさい。

1　次の（1），（2）の問いに答えなさい。

（1）　次の計算をしなさい。

①　$-5+9$

②　$\frac{2}{5}\div\left(-\frac{8}{15}\right)$

③　$7x-3y+2x+y$

④　$3\sqrt{6}\times\sqrt{3}$

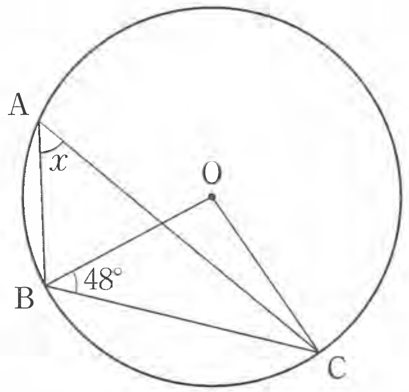
（2）　$(x+y-1)(x+y+1)$ を展開しなさい。

2　次の（1）～（5）の問いに答えなさい。

（1）　a円の黒ペン5本とb円の赤ペン2本を買うと，代金は1020円になる。このときの数量の間の関係を，等式で表しなさい。

（2）　1次関数 $y=5x+2$ について，x の値が1から4まで増加するときの y の増加量を求めなさい。

（3）　右の図で，3点A，B，Cは円Oの周上の点である。このとき，$\angle x$の大きさを求めなさい。

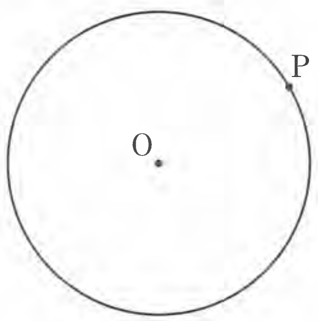


（4）　次のデータは，ある店の1日のケーキの販売数を9日間調べ，左から少ない順に整理したものである。このデータについて，第3四分位数を求めなさい。

76，85，88，98，102，114，118，122，143

（単位：個）

（5）　右の図に，円Oの周上の点Pを通る接線を作図しなさい。ただし，作図に用いた線は消さずに残しておきなさい。

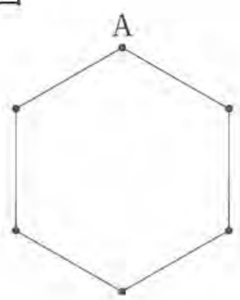


3　次の（1），（2）の問いに答えなさい。

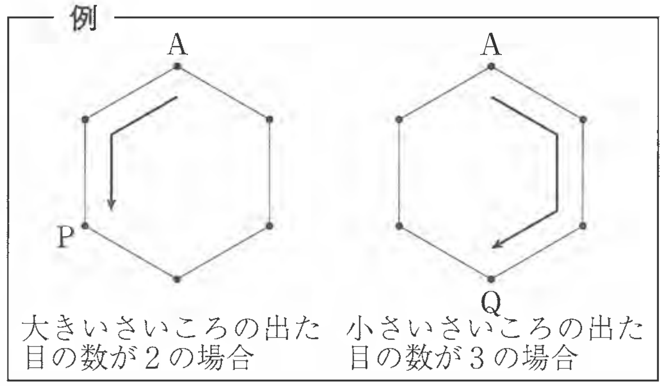
（1）　下の図のように，正六角形があり，1つの頂点をAとする。1から6までの目がある大小2つのさいころを同時に1回投げて，次の**<操作>**を行う。
　ただし，それぞれのさいころについて，どの目が出ることも同様に確からしいものとする。

<操作>
・　Aを出発して，大きいさいころの出た目の数だけ**反時計回り**に頂点を移動し，とまった位置をPとする。
・　Aを出発して，小さいさいころの出た目の数だけ**時計回り**に頂点を移動し，とまった位置をQとする。
　例えば，大きいさいころの出た目の数が2で，小さいさいころの出た目の数が3であるとき，**例**のようになる。

図



例



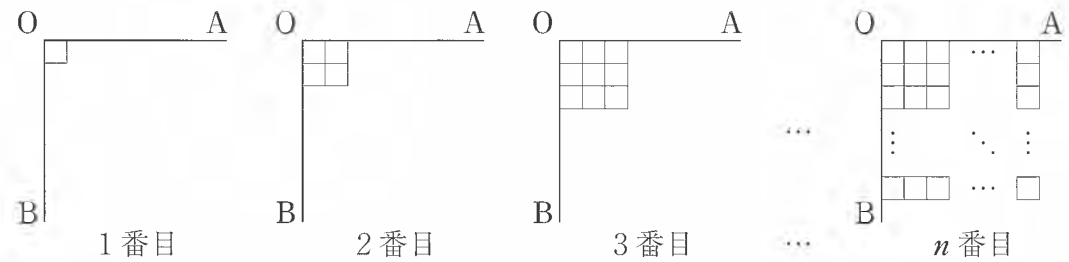
①　PとQが同じ位置になる確率を求めなさい。

②　3点A，P，Qを結んだ図形が二等辺三角形になる確率を求めなさい。

（2）　下の図のように，垂直に交わる半直線OA，OBの間に，次の**<作業>**にしたがい，同じ大きさの正方形のタイルをしく。

<作業>
・　点Oと半直線OA，OBに辺が重なるように1枚のタイルをしいたものを，1番目の図形とする。
・　次に，1番目の図形を囲むように新たなタイルをしき，全部で4枚のタイルをしいたものを2番目の図形とする。続けて2番目の図形を囲むように新たなタイルをしき，全部で9枚のタイルをしいたものを3番目の図形とする。
・　1番目，2番目，3番目，…のように，規則的にタイルをしいてn番目の図形をつくる。

　下の図はこの**<作業>**にしたがい，タイルをしいたときの図である。ただし，タイル1枚を□で表している。



①　23番目の図形は，全部で何枚のタイルがあるか求めなさい。

②　$(n-1)$番目の図形を囲むように新たなタイルをしき，n番目の図形をつくる。このとき，新たに必要なタイルの枚数は**奇数**である。
　この理由を，nを使った式で表し，説明しなさい。ただし，nは2以上の整数とする。

6数

4 3つの容器A，B，Cがある。A，Bには合わせて820 mLの水が入っており，Cは空（から）である。容器に入っている水の量について，Aの$\frac{1}{4}$とBの$\frac{1}{3}$をCに移す。水を移した後のCの水の量は，水を移した後のAの水の量より60 mL少なかった。

移した水はすべてCに入るものとし，水を移す前のAとBの水の量をそれぞれ求めなさい。

求める過程も書きなさい。

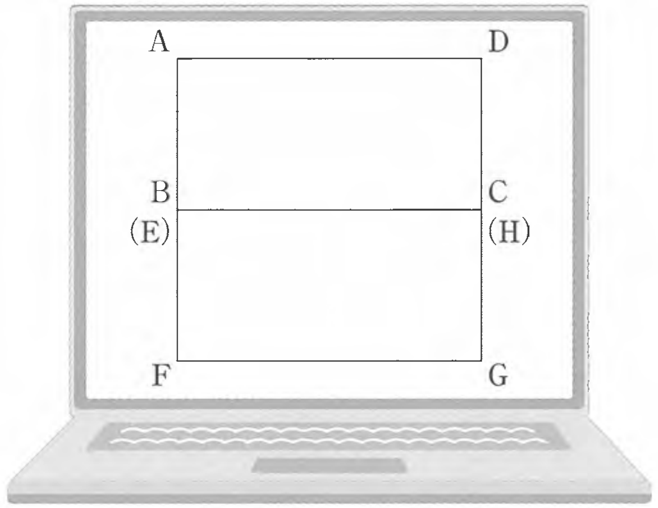
5 コンピュータの画面に，**画面1**のような，2つの合同な長方形ABCDとEFGHがあり，点Bと点Eが，点Cと点Hがそれぞれ重なっている。

画面2は点C（H）を固定し，Hを中心として長方形EFGHを時計回りに回転させている途中である。また，辺ABと辺EFとの交点をIとする。

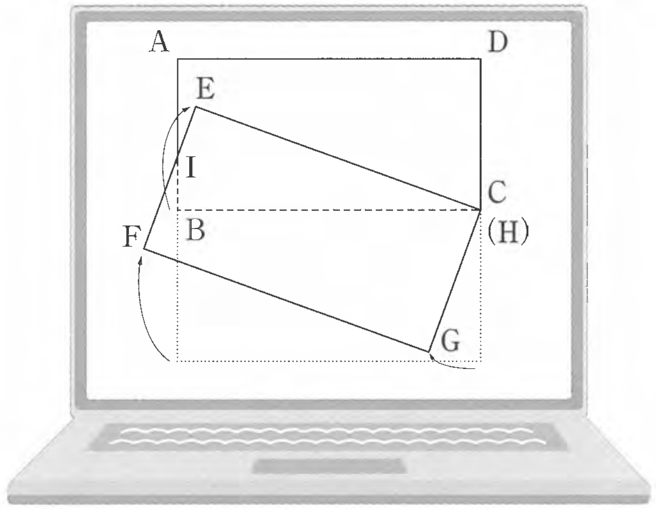
画面3は長方形EFGHを回転させ続け，対角線AC上に点Eが，対角線HF上に点Bが同時に重なった場面である。

画面3のとき，EI＝BIとなることを証明しなさい。

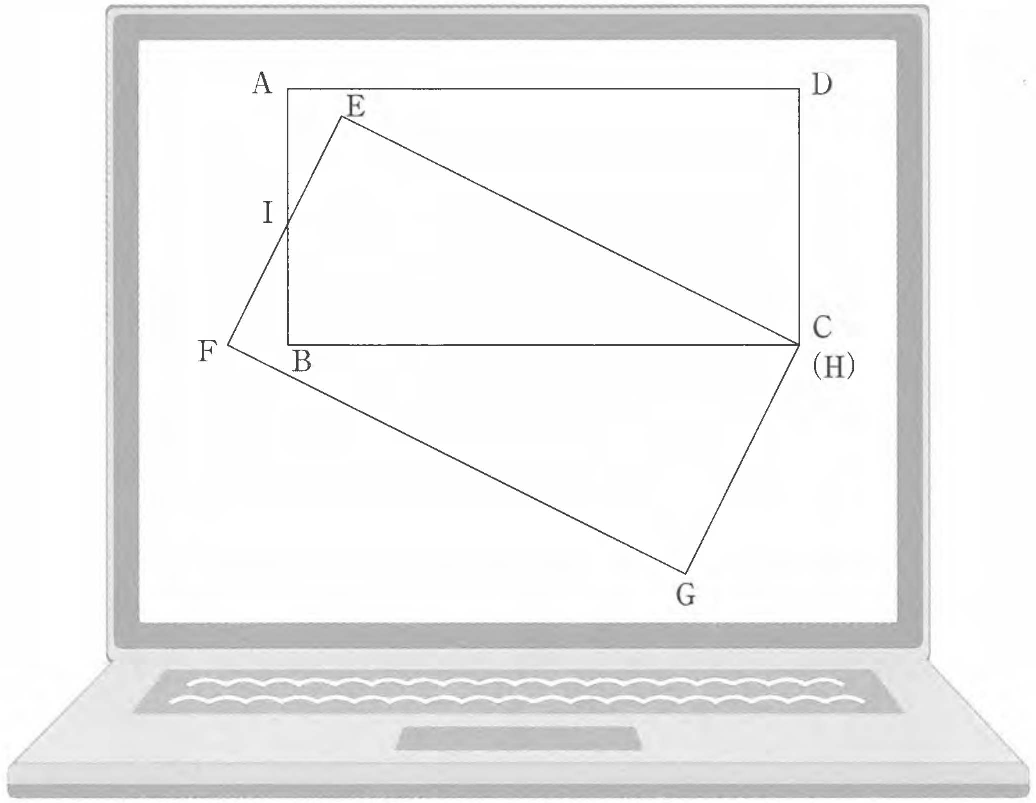
画面1



画面2



画面3



6数

6　下の図のように，関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフと直線 ℓ があり，2点A，Bで交わっている。A，Bの x 座標はそれぞれ－2，6である。

このとき，次の（1）～（3）の問いに答えなさい。

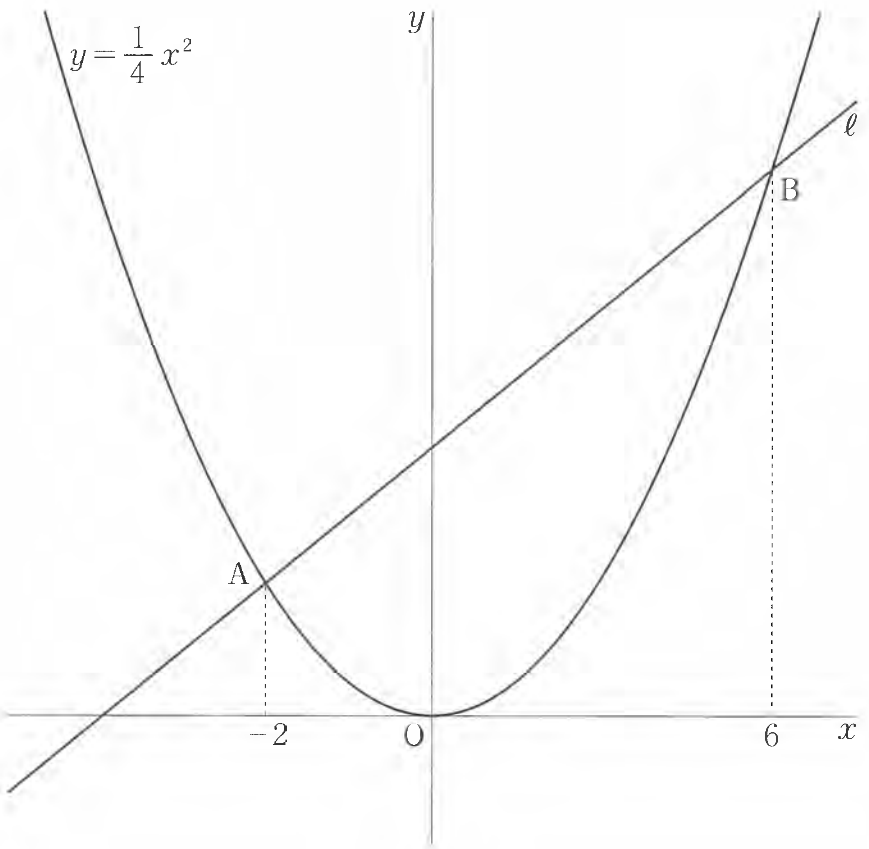
（1）　点Aの y 座標を求めなさい。

（2）　2点A，Bを通る直線の式を求めなさい。

（3）　関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフ上に点Pをとり，Pの x 座標を t とする。ただし，$0<t<6$ とする。

また，Pを通り y 軸に平行な直線を m とする。m と ℓ との交点をQ，m と x 軸との交点をRとする。

QP＝PRとなる t の値を求めなさい。



7　下の図のような，底面がAB＝DE＝10 cm，AC＝DF＝8 cmの直角三角形で，高さが $3\sqrt{2}$ cmの三角柱がある。

辺AB上にAP：PB＝1：2となる点Pをとり，辺DE上にDQ：QE＝1：2となる点Qをとる。

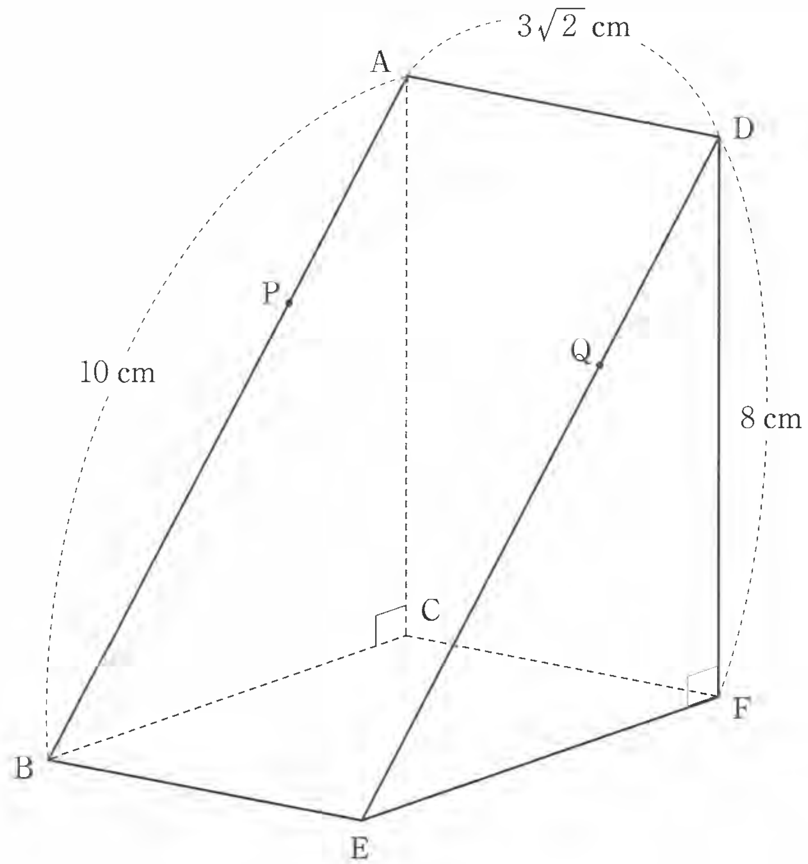
このとき，次の（1），（2）の問いに答えなさい。

（1）　辺EFの長さを求めなさい。

（2）　点Pを通り辺ACに平行な直線と辺BCとの交点をR，点Qを通り辺DFに平行な直線と辺EFとの交点をSとする。

①　四角形PRSQの面積を求めなさい。

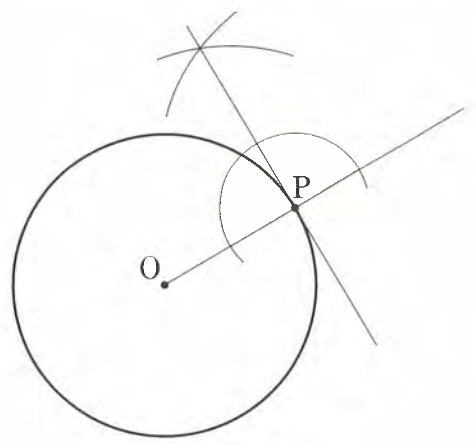
②　線分ASと線分CQの交点をTとするとき，5点T，P，R，S，Qを結んでできる四角錐（すい）の体積を求めなさい。



6数

6 数　学

50点満点

問題 大	問題 小		正解	標準配点	備考
1	(1)	①	4	2	
		②	$-\frac{3}{4}$	2	
		③	$9x-2y$	2	
		④	$9\sqrt{2}$	2	
	(2)		$x^2+2xy+y^2-1$	2	
2	(1)		$5a+2b=1020$	2	
	(2)		15	2	
	(3)		42　度	2	
	(4)		120　個	2	
	(5)			2	
3	(1)	①	$\frac{1}{6}$	2	
		②	$\frac{2}{9}$	2	
	(2)	①	529　枚	1	
		②	[説明の例] $(n-1)$ 番目の図形のタイルは全部で $(n-1)^2$ 枚，n 番目の図形のタイルは全部で n^2 枚と表すことができる。 n 番目の図形をつくるとき，新たに必要なタイルの枚数は $n^2-(n-1)^2$ $=n^2-(n^2-2n+1)$ $=2n-1$ n は2以上の整数であるから， $2n-1$ は奇数である。 よって，新たに必要なタイルの枚数は奇数である。	3	

問題 大	問題 小		正解	標準配点	備考
4			[求める過程の例] 水を移す前のAの水の量を x mL，水を移す前のBの水の量を y mL とする。 合わせて820 mLの水が入っていたことから， $x+y=820$ ……① それぞれの容器に入っている水の量について，Aの $\frac{1}{4}$ とBの $\frac{1}{3}$ をCに移したことから，水を移した後のCの水の量は， $\frac{1}{4}x+\frac{1}{3}y$ と表すことができる。 また，水を移した後のCの水の量は，水を移した後のAの水の量より60 mL少なかったことから，$\frac{3}{4}x-60$ と表すことができる。 どちらも，Cの水の量を表していることから， $\frac{1}{4}x+\frac{1}{3}y=\frac{3}{4}x-60$ ……② ①，②を連立方程式として解いて， $x=400,\ y=420$ これらは問題に適している。 答 水を移す前のAの水の量　400 mL 　 水を移す前のBの水の量　420 mL	5	
5			[証明の例 1] 線分CIをひく。 △CIEと△CIBにおいて CIは共通 ……① 仮定から　∠CEI＝∠CBI＝90° ……② 仮定から　CE＝CB ……③ ①，②，③より　直角三角形で，斜辺と他の1辺がそれぞれ等しいから △CIE≡△CIB 合同な図形の対応する辺は等しいから EI＝BI [証明の例 2] 対角線AC，CFをひく。 △IEAと△IBFにおいて 対頂角は等しいから ∠AIE＝∠FIB ……① 仮定から　∠AEI＝∠FBI＝90° ……② 三角形の内角の和は180°であるから ∠IAE＝180°－∠AIE－∠AEI ……③ ∠IFB＝180°－∠FIB－∠FBI ……④ ①，②，③，④から　∠IAE＝∠IFB ……⑤ 合同な長方形の対応する辺は等しいから　CB＝CE ……⑥ また，合同な長方形の対角線は等しいから　CA＝CF ……⑦ EA＝CA－CE ……⑧ BF＝CF－CB ……⑨ ⑥，⑦，⑧，⑨から　EA＝BF ……⑩ ②，⑤，⑩より　1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから △IEA≡△IBF 合同な図形の対応する辺は等しいから EI＝BI	5	
6	(1)		1	1	
	(2)		$y=x+3$	2	
	(3)		$t=1+\sqrt{7}$	3	
7	(1)		6　cm	1	
	(2)	①	$16\sqrt{2}$　cm^2	2	
		②	$\frac{64\sqrt{2}}{15}$　cm^3	3	

※部分点については，各校において統一した基準を設けて採点するものとする。