

受験番号

令和5年度（一次入試）

# 数 学

（検査時間 15：20～16：10）

## 注意事項

### 1. 開始の合図で

- ◆ この問題用紙にはさんである解答用紙を取り出さない。
- ◆ 解答用紙，問題用紙，下書き用紙の所定の欄に受験番号を書き入れなさい。
- ◆ 解答はすべて解答用紙の所定の欄に書き入れなさい。
- ◆ 問題文は10ページあり，その順序は「数1」～「数10」で示しています。  
ページ漏れや印刷不鮮明などに気づいた場合には，手をあげなさい。

### 2. 終了の合図で

- ◆ 机の上に，下から順に問題用紙，下書き用紙，解答用紙を置きなさい。  
解答用紙だけは裏返して置きなさい。

【1】 次の(1)～(6)の問いに答えなさい。

(1) 次の①～⑤の計算をしなさい。

①  $-5 + 8$

②  $6 - (-3)^2 \times 2$

③  $\frac{x + 5y}{8} + \frac{x - y}{2}$

④  $(4x^2y + xy^3) \div xy$

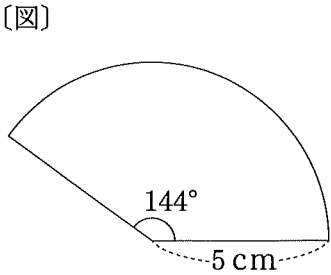
⑤  $\sqrt{6} \times \sqrt{2} + \frac{3}{\sqrt{3}}$

(2) 2次方程式  $x^2 - 6x - 16 = 0$  を解きなさい。

(3)  $\sqrt{6a}$  が 5 より大きく 7 より小さくなるような自然数  $a$  の値をすべて求めなさい。

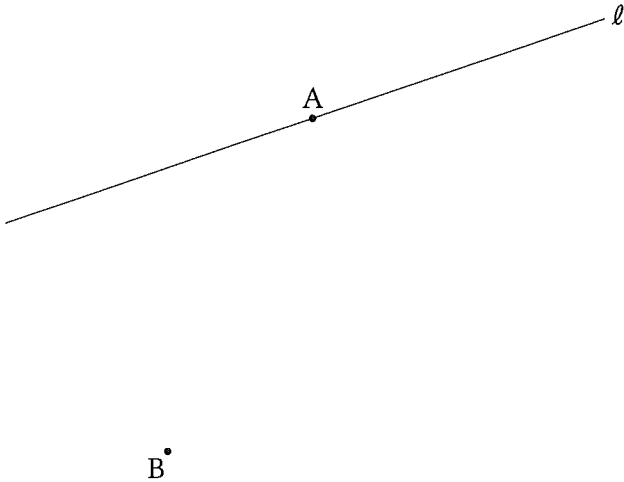
(4) 関数  $y = -x^2$  について、 $x$  の変域が  $-2 \leq x \leq a$  のとき、 $y$  の変域は  $-16 \leq y \leq b$  である。  
このとき、 $a$ 、 $b$  の値をそれぞれ求めなさい。

(5) 右の〔図〕のように、半径が5 cm、中心角が $144^\circ$ のおうぎ形がある。  
このおうぎ形の面積を求めなさい。



(6) 下の〔図〕のように、直線  $l$  と 2 点  $A$ 、 $B$  がある。直線  $l$  上の点  $A$  で接し、点  $B$  を通る円の中心  $O$  を、作図によって求めなさい。  
ただし、作図には定規とコンパスを用い、作図に使った線は消さないこと。

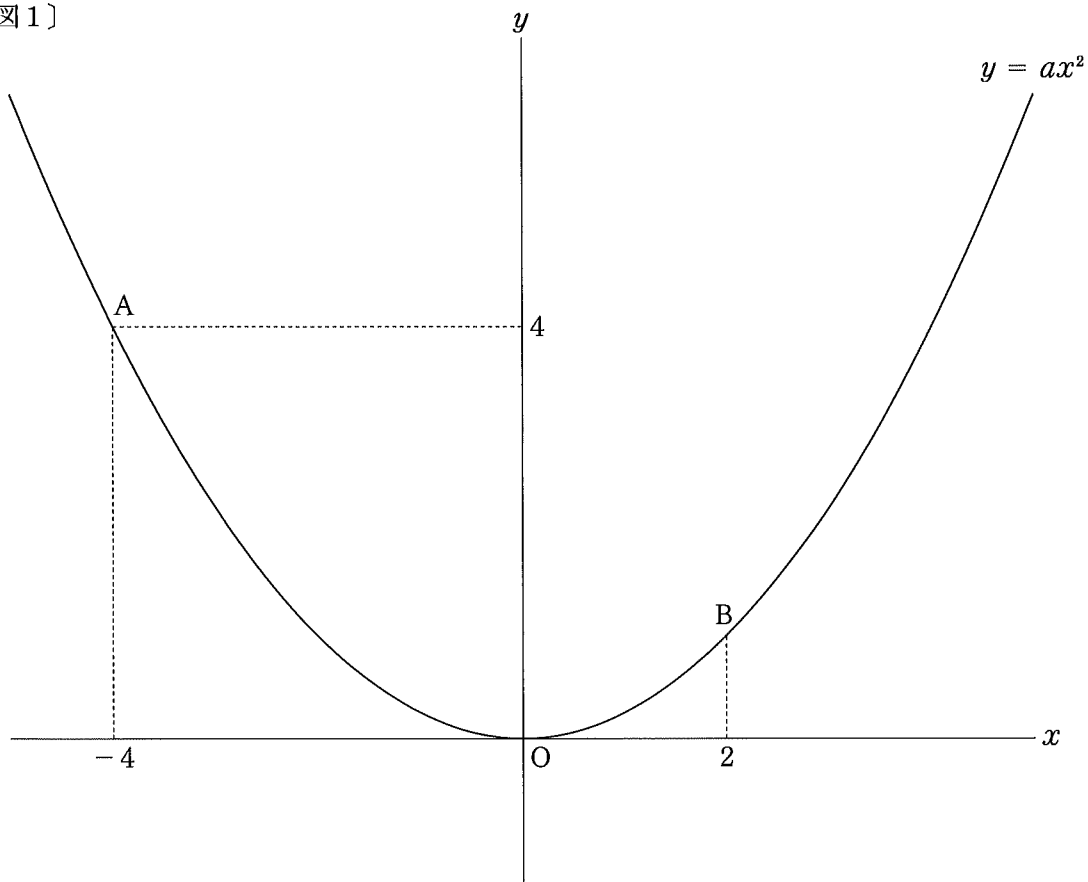
〔図〕



【2】 下の〔図1〕のように、関数  $y = ax^2$  のグラフ上に2点A, Bがあり、点Aの座標は  $(-4, 4)$ 、点Bの  $x$ 座標は2である。

次の(1)～(3)の問いに答えなさい。

〔図1〕

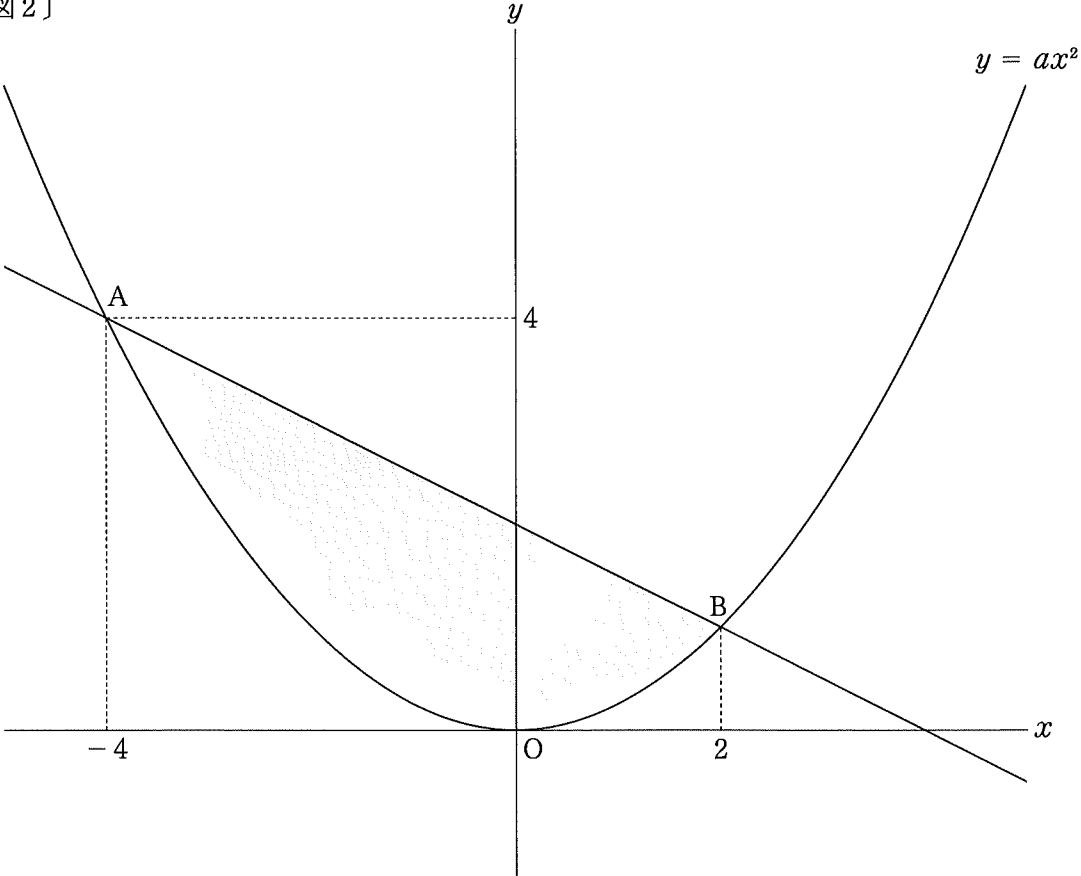


(1)  $a$ の値を求めなさい。

(2) 直線  $AB$  の式を求めなさい。

(3) 下の〔図2〕のように、関数  $y = ax^2$  のグラフと直線 AB で囲まれた図形を D とする。この図形 D に含まれる点のうち、 $x$  座標、 $y$  座標がともに整数である点について考える。ただし、図形 D は関数  $y = ax^2$  のグラフ上および直線 AB 上の点もすべて含む。  
 次の①、②の問いに答えなさい。

〔図2〕



- ① 図形 D に含まれる点のうち、 $x$  座標が  $-2$  で、 $y$  座標が整数である点の個数を求めなさい。
  
- ② 直線  $y = \frac{9}{2}x + b$  で、図形 D を 2 つの図形に分ける場合について考える。ただし、 $b$  は整数とする。このとき、分けた 2 つの図形それぞれに含まれる  $x$  座標、 $y$  座標がともに整数である点の個数が等しくなるような  $b$  の値を求めなさい。  
 ただし、直線  $y = \frac{9}{2}x + b$  は、図形 D に含まれる  $x$  座標、 $y$  座標がともに整数である点を通らないものとする。

【3】 次の(1), (2)の問いに答えなさい。

(1) 右の〔図1〕のように, A, B, C, D, Eのアルファベットが1つずつ書かれた5枚のカードが, 上からA, B, C, D, Eの順に重なっている。

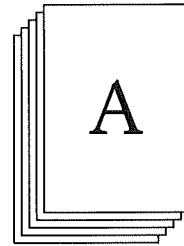
大小2つのさいころを同時に投げ, 出た目の数の和と同じ回数だけ, 一番上のカードを1枚ずつ一番下に移動させる。

例えば, 出た目の数の和が2のとき, 最初にAのカードを一番下に移動させ, 次に一番上になっているBのカードを一番下に移動させるため, Cのカードが一番上になる。

ただし, 大小2つのさいころのそれぞれについて, 1から6までのどの目が出ることも, 同様に確からしいものとする。

次の①, ②の問いに答えなさい。

〔図1〕



① 出た目の数の和が6のとき, 6回カードを移動させた後, 一番上になるカードのアルファベットを答えなさい。

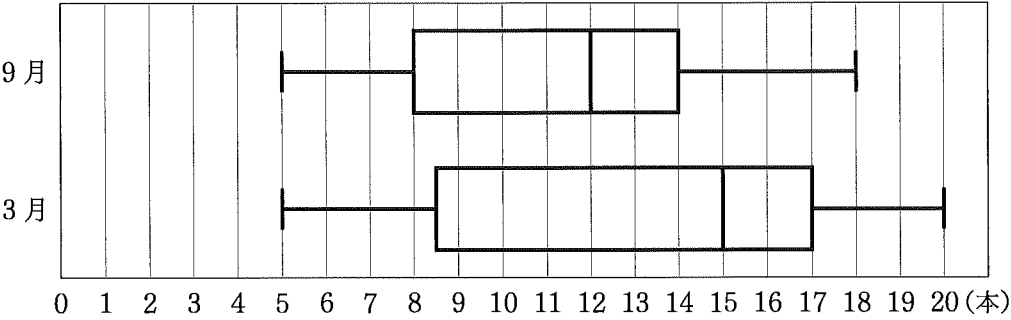
② 出た目の数の和と同じ回数だけカードを移動させた後, Cのカードが一番上になる確率を求めなさい。

(2) ある中学校の1, 2年生のバスケットボール部員40人が, 9月にフリースローを1人あたり20本ずつ行った。その結果から, 半年後の3月までに部員40人が, フリースローを1人あたり20本中15本以上成功することを目標に掲げた。3月になり部員40人が, フリースローを1人あたり20本ずつ行った。

下の〔図2〕は, この中学校のバスケットボール部員40人の9月と3月のフリースローが成功した本数のデータの分布のようすを箱ひげ図にまとめたものである。

次の①, ②の問いに答えなさい。

〔図2〕



① 〔図2〕の9月のデータの四分位範囲を求めなさい。

② 太郎さんは, 上の〔図2〕の箱ひげ図をもとに, 9月に比べ3月は目標を達成した部員の割合が増えたと判断した。

次の〔説明〕は, 太郎さんが, 目標である15本以上成功した部員の割合が増えたと判断した理由を説明したものである。〔ア〕には適する数を, 〔イ〕には〔説明〕の続きを「中央値」の語句を用いて書きなさい。

〔説明〕

9月の第3四分位数は〔ア〕本であるため, 15本以上成功した部員の割合は25%以下である。

〔イ〕

ゆえに, 9月に比べ3月は目標を達成した部員の割合が増えたと判断できる。

【4】 ある学校の吹奏楽部が、市民ホールコンサート会場で、14時30分から定期演奏会を行った。定期演奏会では、事前にチケットを購入した人のみがコンサート会場に入場することができた。コンサート会場の入り口には3つのゲートがあり、ゲートの前に並んだ人は、誘導係の指示でゲートを通過して入場した。

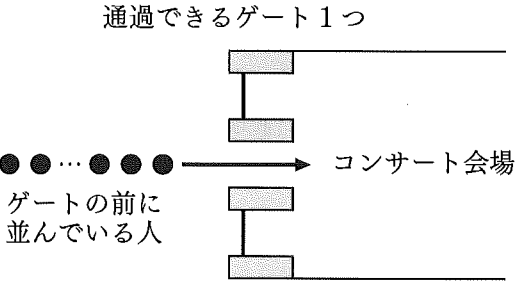
最初は1つのゲートから入場させていたが、ゲートの前に並んでいる人数が増えていったため、途中から誘導係が、通過できるゲートを増やして対応した。

吹奏楽部員の花子さんと太郎さんは、次回の定期演奏会で入場時の混雑をできるだけ解消するには、どうすればよいかを考えるために、当日の入場の様子を参考に、下の〔仮定〕を設定した。

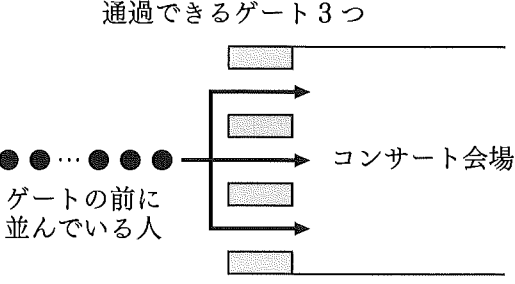
- 〔仮定〕
- ① 定期演奏会の開始時刻は14時30分とする。
  - ② 入場開始時刻は13時15分とする。ゲートの前には入場開始時点で45人が1列で並んでいるものとする。
  - ③ 13時15分から14時15分までの60分間は、ゲートの前に並んでいる人の列に新たに加わる人数は、1分間あたり12人とする。それより後は、列に新たに人は並ばないものとする。
  - ④ 13時15分から13時45分までの30分間は、通過できるゲートを1つとし、13時45分からゲートの前に並ぶ全員の入場が完了するまでは、通過できるゲートを3つとする。
  - ⑤ 通過できるゲートが1つの場合でも3つの場合でも、いずれのゲートも通過する人数は1分間あたり5人とする。

下の〔図1〕は13時15分から13時45分までの30分間、〔図2〕は13時45分からゲートの前に並ぶ全員の入場が完了するまでの、ゲート付近の様子を模式的に表したものである。

〔図1〕 13時15分から13時45分までの30分間の様子



〔図2〕 13時45分からゲートの前に並ぶ全員の入場が完了するまでの様子





下の会話は、花子さんと太郎さんと吹奏楽部の顧問の先生が、定期演奏会を振り返り、次回に向けて話しているときのものである。

会話を読んで、次の(1)、(2)の問いに答えなさい。

太郎：この〔仮定〕のもとで、入場が完了する時刻をどう考えればよいですか。

花子：通過できるゲートが1つの場合と3つの場合に分けて考えてはどうですか。

太郎：13時45分までは通過できるゲートが1つなので、13時15分から13時45分までの30分間にゲートを通過する人数は〔ア〕人です。13時45分以降は通過できるゲートが3つになるので、ゲートを通過する人数は1分間あたり15人になります。それによって、13時45分以降、時間の経過とともにゲートの前に並んでいる人数は減り、入場が完了します。

先生：そうですね。では、入場が完了するのは、何時何分ですか。

花子：まず、入場を開始してから完了するまでのゲートを通過する人数について考えます。

入場開始時刻の13時15分には45人が並んでいて、13時15分から14時15分までの60分間は1分間あたり12人が並びます。だから、入場を開始してから完了するまでのゲートを通過する人数は〔イ〕人となります。

太郎：そうすると、通過できるゲートが3つになってから入場が完了するまでに、ゲートを通過する人数は〔ウ〕人と計算できます。

したがって、入場が完了する時刻は〔エ〕になります。

先生：その通りですね。

花子：ですが、次回の定期演奏会では、もう少し早く入場を完了させたいですね。

(1) 会話の中の〔ア〕～〔ウ〕には適する数を、〔エ〕には適する時刻を、それぞれ求めなさい。

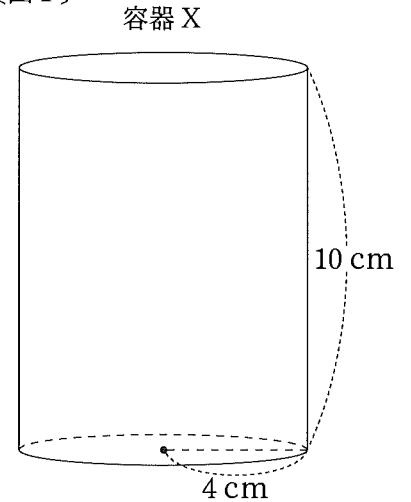
(2) 次回の定期演奏会では、開演10分前の14時20分ちょうどに入場を完了させたい。〔仮定〕の〔4〕の通過できるゲートを1つから3つにする時刻である13時45分を、何時何分に変更すればよいか、求めなさい。

ただし、〔仮定〕の〔4〕の条件以外に変更しないものとする。

【5】 右の〔図1〕のように、底面の半径が4 cm、高さが10 cmの円柱の形をした容器 X があり、容器 X を水平な台の上に置いた。  
次の(1)、(2)の問いに答えなさい。  
ただし、容器 X の厚さは考えないものとする。

(1) 容器 X の体積を求めなさい。

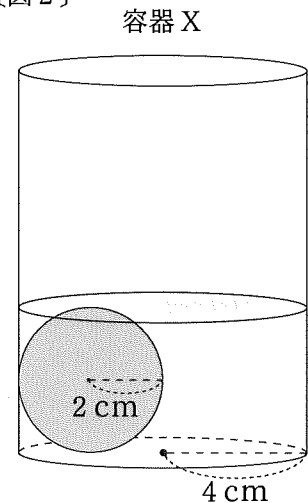
〔図1〕



(2) 右の〔図2〕のように、容器 X の中に、半径2 cmの鉄球を1個入れ、鉄球の上端と水面が同じ高さになるまで水を入れた。  
このとき、半径2 cmの鉄球は容器 X の底面に接している。  
次の①、②の問いに答えなさい。

① 容器 X に入れた水の体積を求めなさい。

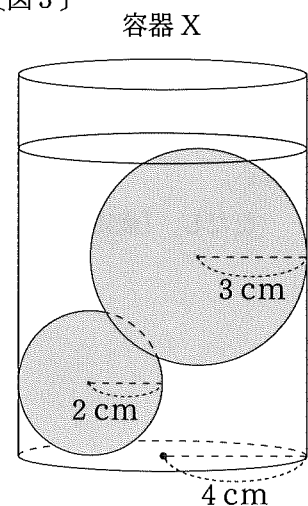
〔図2〕



② 右の〔図3〕のように、〔図2〕の容器 X の中に、半径3 cmの鉄球を1個入れ、半径3 cmの鉄球の上端と水面が同じ高さになるまで水を追加した。2個の鉄球は、互いに接し、いずれも容器 X の側面に接している。

このとき、容器 X の底面から水面までの高さを求めなさい。  
また、追加した水の体積を求めなさい。

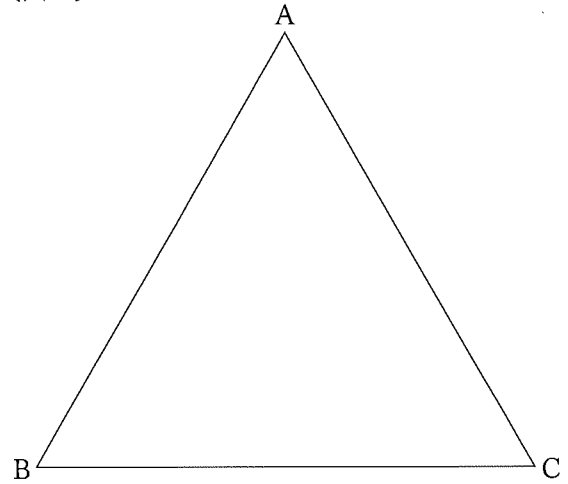
〔図3〕



【6】 右の〔図1〕のように，正三角形 ABC がある。

〔図1〕

右下の〔図2〕のように，辺 AB，AC 上に点 D，E をそれぞれとり，正三角形 ABC を線分 DE を折り目として折り返し，頂点 A が移った点を F とする。また，辺 BC と線分 DF，EF との交点をそれぞれ G，H とする。



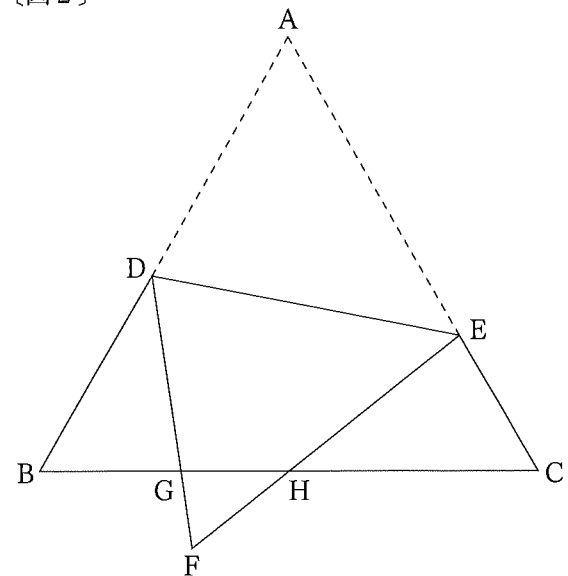
次の (1)，(2) の問いに答えなさい。

(1)  $\triangle GFH \sim \triangle ECH$  であることを証明しなさい。

(2) 正三角形 ABC の 1 辺の長さを 16 cm とし， $CH = 8$  cm， $EH = 7$  cm， $HF = 4$  cm とする。

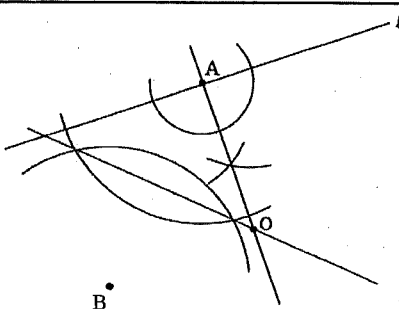
〔図2〕

次の①，②の問いに答えなさい。



① 線分 FG の長さを求めなさい。

② 線分 DB と線分 DF の長さの比  $DB : DF$  を最も簡単な整数の比で表しなさい。

大問	小問	正 解	配点	
			小問	大問
【1】	(1)	① 3	2	20
		② -12	2	
		③ $\frac{5x+y}{8}$	2	
		④ $4x+y^2$	2	
		⑤ $3\sqrt{3}$	2	
	(2) $x = -2, 8$	2		
(3) $a = 5, 6, 7, 8$	2			
(4) $a = 4, b = 0$	2			
(5) $10\pi \text{ (cm}^2\text{)}$	2			
(6) ※			2	
【2】	(1) $a = \frac{1}{4}$	2	8	
	(2) $y = -\frac{1}{2}x + 2$	2		
	(3) ① 3 (個)	1		
	② $b = 6$	3		
【3】	(1)	① B	2	8
		② $\frac{2}{9}$	2	
	(2)	① 6 (本)	1	
		ア 14	1	
		イ ※ 3月の中央値は15本であるため、15本以上成功した部員の割合は50%以上である。	2	

大問	小問	正 解	配点		
			小問	大問	
【4】	(1)	ア 150	1	8	
		イ 765	1		
		ウ 615	1		
		エ 14(時)26(分)	2		
	(2) 13(時)36(分)	3			
【5】	(1) $160\pi \text{ (cm}^3\text{)}$	2	8		
	(2)	① $\frac{160}{3}\pi \text{ (cm}^3\text{)}$		2	
		高さ 9 (cm)		2	
		② 体積 $44\pi \text{ (cm}^3\text{)}$		2	
【6】	(1) ※	[証明] △GFHと△ECHにおいて 対頂角は等しいので、 ∠GFH = ∠EHC ……① 正三角形の1つの内角は60°であるので、 ∠GFH = ∠ECH = 60° ……② ①, ②より、 2組の角がそれぞれ等しいので、 △GFH ∽ △ECH	3	8	
		(2)	① $\frac{5}{2} \text{ (cm)}$		2
			② $DB : DF = 9 : 11$		3
	合 計				60

※印の問いについては、解答例を示したものである。