令 和 5 年 度

高等学校入学者選抜学力検査問題

数　　学

注 意 事 項

1　問題は，１ページから６ページまであります。

2　解答は，すべて解答用紙に記入しなさい。

1 次の(1)〜(3)の問いに答えなさい。(12点)

(1) 次の計算をしなさい。

ア $-8+27\div(-9)$

イ $(-6a)^2\times 9b\div 12ab$

ウ $\dfrac{2x+y}{3}-\dfrac{x+5y}{7}$

エ $\sqrt{45}+\dfrac{10}{\sqrt{5}}$

(2) $a=41$, $b=8$ のとき, a^2-25b^2 の式の値を求めなさい。

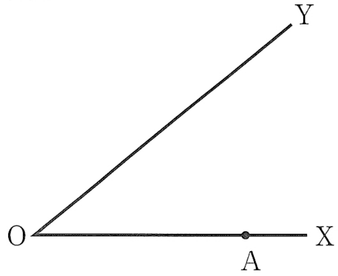
(3) 次の2次方程式を解きなさい。

$$x^2+7x=2x+24$$

2 次の(1)～(3)の問いに答えなさい。（6点）

(1) **図1** において，点Aは辺OX上の点である。点Aから辺OYに引いた垂線上にあり，２辺OX，OYから等しい距離にある点Pを作図しなさい。ただし，作図には定規とコンパスを使用し，作図に用いた線は残しておくこと。

図1



(2) 次の □ の中に示したことがらの逆を書きなさい。

a も b も正の数ならば，$a+b$ は正の数である。

また，□ の中のことがらは正しいが，逆は正しくない。□ の中のことがらの逆が正しくないことを示すための反例を，１つ書きなさい。

(3) ２つの袋Ⅰ，Ⅱがあり，袋Ⅰには２，３，４，５の数字を１つずつ書いた４枚のカードが，袋Ⅱには６，７，８，９，10の数字を１つずつ書いた５枚のカードが入っている。**図2** は，袋Ⅰと袋Ⅱに入っているカードを示したものである。

２つの袋Ⅰ，Ⅱから，それぞれ１枚のカードを取り出すとき，袋Ⅱから取り出したカードに書いてある数が，袋Ⅰから取り出したカードに書いてある数の倍数である確率を求めなさい。ただし，袋Ⅰからカードを取り出すとき，どのカードが取り出されることも同様に確からしいものとする。また，袋Ⅱについても同じように考えるものとする。

図2

袋Ⅰに入っているカード

2	3	4	5

袋Ⅱに入っているカード

6	7	8	9	10

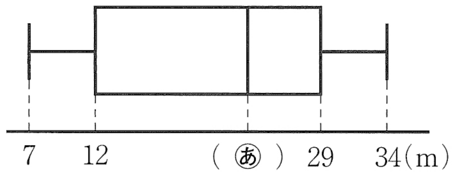
3 あるクラスの10人の生徒A～Jが，ハンドボール投げを行った。**表1**は，その記録を表したものである。**図3**は，**表1**の記録を箱ひげ図に表したものである。

このとき，次の(1)，(2)の問いに答えなさい。（4点）

表1

生　徒	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
距離(m)	16	23	7	29	34	12	25	10	26	32

図3

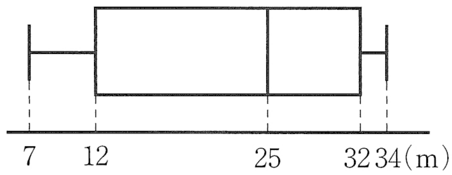


(1) **図3**の（ あ ）に適切な値を補いなさい。また，10人の生徒A～Jの記録の四分位範囲を求めなさい。

(2) 後日，生徒Kもハンドボール投げを行ったところ，Kの記録はa mだった。**図4**は，11人の生徒A～Kの記録を箱ひげ図に表したものである。

このとき，aがとりうる値をすべて求めなさい。ただし，aは整数とする。

図4



4 ある中学校の生徒会が，ボランティア活動で，鉛筆とボールペンを集め，2つの団体S，Tへ送ることにした。団体Sは鉛筆のみを，団体Tは鉛筆とボールペンの両方を受け付けていた。

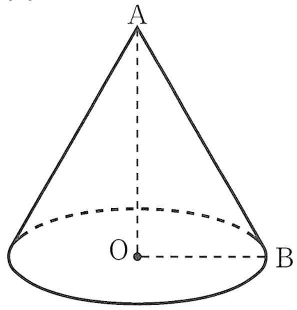
この活動で，鉛筆はボールペンの2倍の本数を集めることができた。鉛筆については，集めた本数の80％を団体Sへ，残りを団体Tへ送った。また，ボールペンについては，集めた本数の4％はインクが出なかったため，それらを除いた残りを団体Tへ送った。団体Tへ送った，鉛筆とボールペンの本数の合計は，団体Sへ送った鉛筆の本数よりも18本少なかった。

このとき，集めた鉛筆の本数とボールペンの本数は，それぞれ何本であったか。方程式をつくり，計算の過程を書き，答えを求めなさい。（5点）

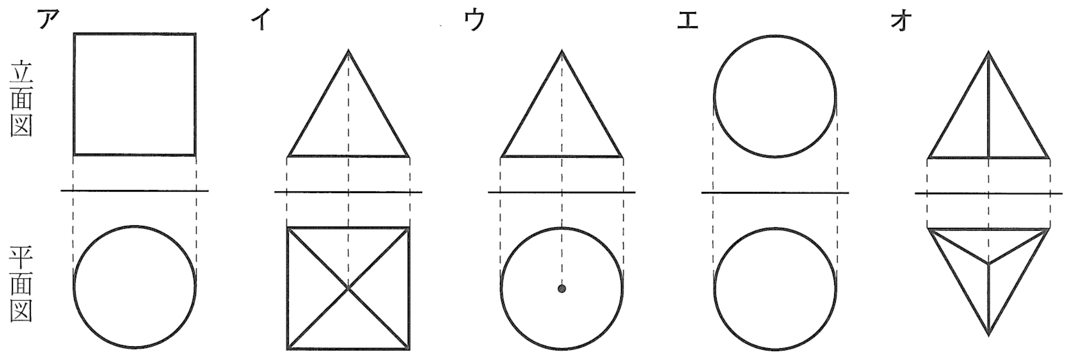
5 **図5**の立体は，円Oを底面とする円すいである。この円すいにおいて，底面の半径は3cm，母線ABの長さは6cmである。また，線分OAと底面は垂直である。

このとき，次の(1)〜(3)の問いに答えなさい。(6点)

図5

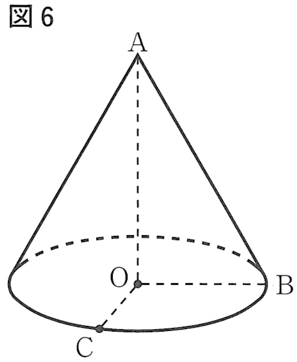


(1) 次の**ア**〜**オ**の5つの投影図のうち，1つは円すいの投影図である。円すいの投影図を，**ア**〜**オ**の中から1つ選び，記号で答えなさい。



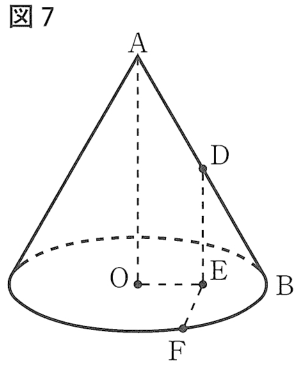
(2) この円すいにおいて，**図6**のように，円Oの円周上に∠BOC = 110°となる点Cをとる。小さい方の$\overset{\frown}{BC}$の長さを求めなさい。ただし，円周率はπとする。

図6



(3) この円すいにおいて，**図7**のように，ABの中点をDとし，点Dから底面に引いた垂線と底面との交点をEとする。また，円Oの円周上に∠OEF = 90°となる点Fをとる。△ODFの面積を求めなさい。

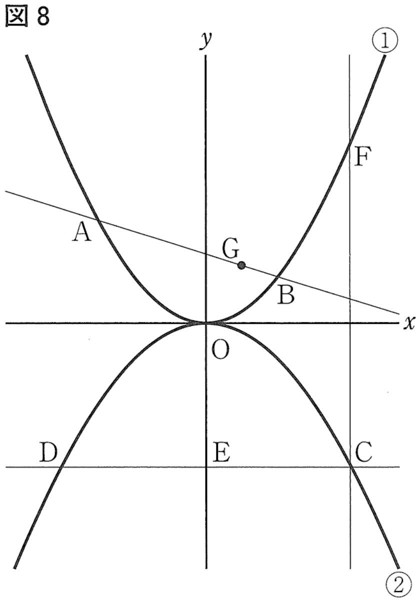
図7



6 次の [ ] の中の文は，授業でＴ先生が示した資料である。
このとき，次の(1)〜(3)の問いに答えなさい。（８点）

> **図８**において，①は関数 $y = ax^2$（$a > 0$）のグラフであり，②は関数 $y = bx^2$（$b < 0$）のグラフである。２点Ａ，Ｂは，放物線①上の点であり，その x 座標は，それぞれ－３，２である。点Ｃは，放物線②上の点であり，その座標は（４，－４）である。点Ｃを通り x 軸に平行な直線と放物線②との交点をＤとし，直線CDと y 軸との交点をＥとする。点Ｃを通り y 軸に平行な直線と放物線①との交点をＦとする。また，点Ｇは直線AB上の点であり，その x 座標は１である。

図８



ＲさんとＳさんは，タブレット型端末を使いながら，**図８**のグラフについて話している。

> Ｒさん：関数 $y = bx^2$ の比例定数 b の値は求められるね。
> Ｓさん：②は点Ｃを通るから b の値は（　㋐　）だよ。
> Ｒさん：関数 $y = ax^2$ の a の値は決まらないね。
> Ｓさん：タブレット型端末を使うと，㋐<u>a の値を変化させた</u>ときのグラフや図形の変化するようすが分かるよ。
> Ｒさん：そうだね。㋑<u>３点Ｄ，Ｇ，Ｆが一直線上にある</u>場合もあるよ。
> Ｓさん：本当だね。計算で確認してみよう。

(1)（　あ　）に適切な値を補いなさい。

(2) 下線部㋐のときの，グラフや図形の変化するようすについて述べたものとして正しいものを，次の**ア**～**オ**の中からすべて選び，記号で答えなさい。

ア　a の値を大きくすると，①のグラフの開き方は小さくなる。
イ　a の値を小さくすると，点Ａの y 座標から点Ｂの y 座標をひいた値は大きくなる。
ウ　a の値を大きくすると，△OBEの面積は大きくなる。
エ　a の値を小さくすると，直線OBの傾きは小さくなる。
オ　a の値を大きくすると，線分CFの長さは短くなる。

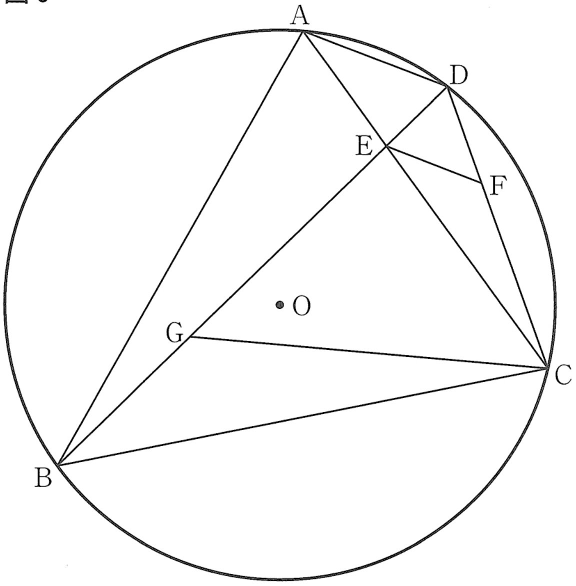
(3) 下線部㋑のときの，a の値を求めなさい。求める過程も書きなさい。

7 **図9**において，４点A，B，C，Dは円Oの円周上の点であり，△ABCはBA＝BCの二等辺三角形である。ACとBDとの交点をEとし，点Eを通りADに平行な直線とCDとの交点をFとする。また，BD上にGC＝GDとなる点Gをとる。

このとき，次の(1)，(2)の問いに答えなさい。（９点）

(1) △BCG ∽ △ECFであることを証明しなさい。

図9

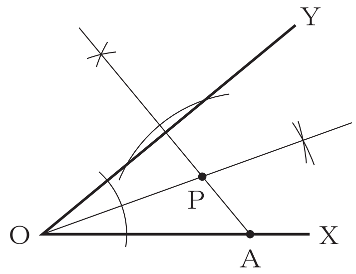


(2) GC＝4 cm，BD＝6 cm，CF＝2 cmのとき，GEの長さを求めなさい。

数　学

問題番号			正答・正答例
1	(1)	ア	－１１
		イ	２７a
		ウ	$\frac{11x-8y}{21}$
		エ	$5\sqrt{5}$
	(2)		８１
	(3)		$x=-8$，$x=3$
2	(1)		※１
	(2)	逆	$a+b$ が正の数ならば，a も b も正の数である。
		反例	※２
	(3)		$\frac{7}{20}$
3	(1)		あ　２４　四分位範囲　１７
	(2)		３２，３３，３４
4	方程式		※３
	計算の過程		※３
	答		鉛筆 $\boxed{150}$ 本，ボールペン $\boxed{75}$ 本
5	(1)		ウ
	(2)		$\frac{11}{6}\pi$
	(3)		$\frac{9\sqrt{15}}{8}$
6	(1)		$-\frac{1}{4}$
	(2)		ア，エ
	(3)	求める過程	※４
		答	$\frac{3}{10}$
7	(1)		※５
	(2)		$\frac{13}{4}$

※１　大問２（１）



※２　大問２（２）（反例）

$a=-1$，$b=2$ のとき，「$a+b$ が正の数ならば，a も b も正の数である」は成立しない。

※３　大問４（方程式と計算の過程）

集めた鉛筆の本数を x 本，ボールペンの本数を y 本とする。

$$\begin{cases} x=2y & \cdots\cdots① \\ 0.2x+0.96y=0.8x-18 & \cdots② \end{cases}$$

②× 100 より，$20x+96y=80x-1800 \longrightarrow 60x-96y=1800$

これに①を代入して，$120y-96y=1800$

$y=75$

$y=75$ を①に代入して，$x=150$

※４　大問６（３）（求める過程）

A（-3，$9a$），B（2，$4a$）より，直線 AB の式は，

$y=-ax+6a$

よって，G（1，$5a$）となる。

D（-4，-4），F（4，$16a$）より，３点 D，G，F が一直線上にあるのは，DG の傾きと GF の傾きが等しいときである。

$$\frac{5a-(-4)}{1-(-4)}=\frac{16a-5a}{4-1}$$

これを解いて，$a=\frac{3}{10}$

※５　大問７（１）

△ BCG と△ ECF において，

仮定より，△ ABC は二等辺三角形だから，

∠ BAC ＝∠ BCA　…①

$\overset{\frown}{BC}$ の円周角より，∠ BAC ＝∠ BDC　…②

仮定より，GC ＝ GD だから，△ GCD も二等辺三角形のため，

∠ GDC ＝∠ GCD　…③

①，②，③より，∠ BCA ＝∠ GCD　…④

また，∠ BCG ＝∠ BCA －∠ GCE　…⑤

∠ ECF ＝∠ GCD －∠ GCE　…⑥

④，⑤，⑥より，∠ BCG ＝∠ ECF　…⑦

$\overset{\frown}{CD}$ の円周角より，∠ CBG ＝∠ CAD　…⑧

仮定より，AD//EF だから，平行線の同位角は等しいため，

∠ CAD ＝∠ CEF　…⑨

⑧，⑨より，∠ CBG ＝∠ CEF　…⑩

⑦，⑩より，２組の角がそれぞれ等しいから，

△ BCG ∽△ ECF