

令和 5 年度

公立高等学校入学者選抜学力検査問題

# 数 学

11 : 10 ~ 12 : 00 (50 分間)

## 注 意

- 1 「始め」の合図があるまで、開いてはいけません。
- 2 解答用紙は、この内側にあります。取り出して使いなさい。
- 3 問題は、問題用紙の 1 ページから 7 ページにあります。
- 4 解答は、すべて解答用紙に書きなさい。〔求め方〕がある場合は、求め方も書きなさい。
- 5 解答は、横書きで記入しなさい。
- 6 解答用紙の※の欄には、何も記入してはいけません。
- 7 「始め」の合図があったら、まず、解答用紙に受検番号を書きなさい。
- 8 「やめ」の合図があったら、すぐにやめて、筆記用具をおきなさい。

[1] 次の(1)~(8)の問いに答えなさい。

(1)  $7 - (-3) - 3$  を計算しなさい。

(2)  $2(3a - 2b) - 4(2a - 3b)$  を計算しなさい。

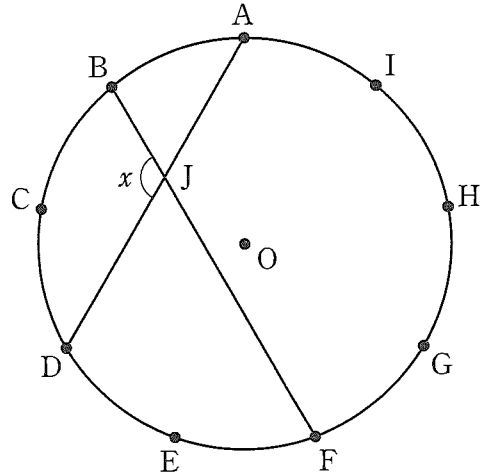
(3)  $(-6ab)^2 \div 4ab^2$  を計算しなさい。

(4) 連立方程式  $\begin{cases} x + 3y = 21 \\ 2x - y = 7 \end{cases}$  を解きなさい。

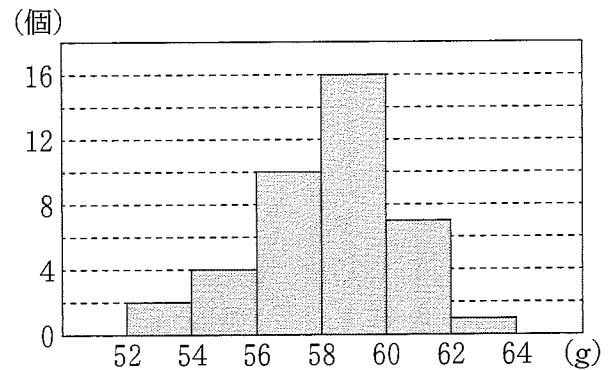
(5)  $\sqrt{45} - \sqrt{5} + \frac{10}{\sqrt{5}}$  を計算しなさい。

(6) 130人の生徒が1人 $a$ 円ずつ出して、1つ $b$ 円の花束を5つと、1本150円のボールペンを5本買って代金を払うと、おつりがあった。このとき、数量の関係を不等式で表しなさい。

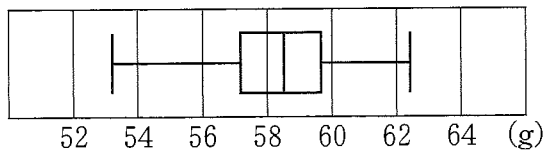
(7) 右の図のように、円 $O$ の周上に円周を9等分する9つの点 $A, B, C, D, E, F, G, H, I$ がある。線分 $AD$ と線分 $BF$ の交点を $J$ とするとき、 $\angle x$ の大きさを答えなさい。



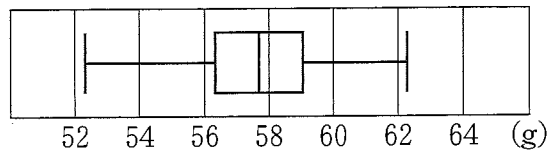
(8) 右の図は、ある家庭で購入した卵40個の重さを1個ずつはかり、ヒストグラムに表したものである。このヒストグラムに対応する箱ひげ図として正しいものを、次のア~エから1つ選び、その符号を書きなさい。ただし、階級は52g以上54g未満のように、2gごとの区間に区切っている。



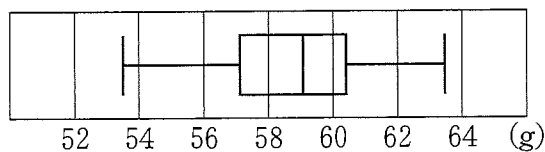
ア



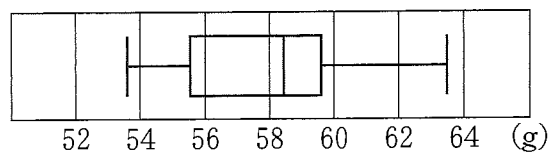
イ



ウ



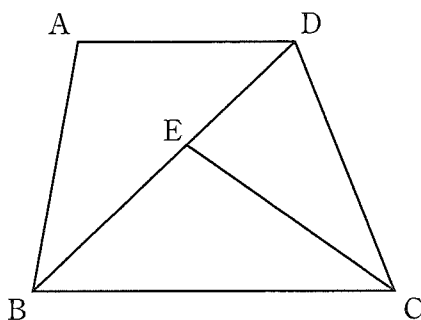
エ



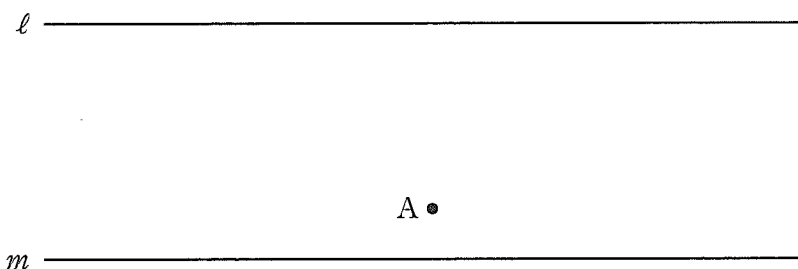
[2] 次の(1)~(3)の問いに答えなさい。

(1) 1から6までの目のついた1つのさいころを2回投げるとき、1回目に出る目の数を  $a$ 、2回目に出る目の数を  $b$  とする。このとき、 $\frac{24}{a+b}$  が整数になる確率を求めなさい。

(2) 下の図のように、 $AD \parallel BC$  の台形  $ABCD$  があり、 $\angle BCD = \angle BDC$  である。対角線  $BD$  上に、 $\angle DBA = \angle BCE$  となる点  $E$  をとるとき、 $AB = EC$  であることを証明しなさい。

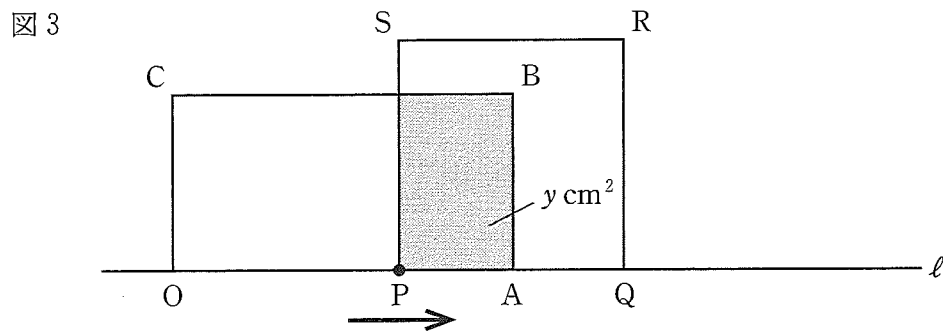
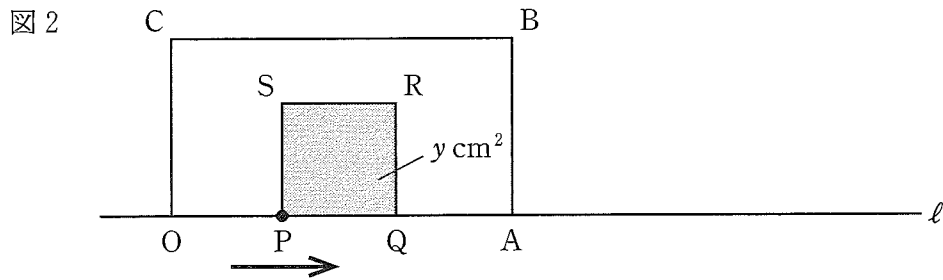
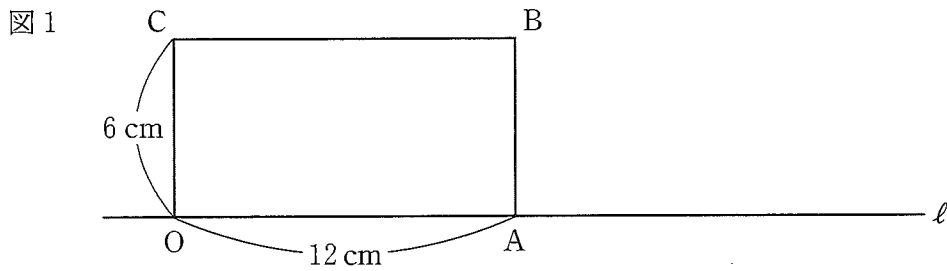


(3) 下の図のように、平行な2直線  $l$ ,  $m$  と点  $A$  がある。点  $A$  を通り、2直線  $l$ ,  $m$  の両方に接する円の中心を、定規とコンパスを用いて、作図によってすべて求め、それらの点に  $\bullet$  をつけなさい。ただし、作図は解答用紙に行い、作図に使った線は消さないで残しておくこと。



[3] 下の図1のように、 $OA = 12\text{ cm}$ 、 $OC = 6\text{ cm}$ の長方形OABCがあり、2つの頂点O、Aは直線 $l$ 上にある。点Pは、頂点Oを出発し、毎秒 $2\text{ cm}$ の速さで、図2、3のように直線 $l$ 上を頂点Aまで移動する。また、線分OPの延長上に、 $OP = PQ$ となる点Qをとり、直線 $l$ について長方形OABCと同じ側に、正方形PQRSをつくる。

点Pが頂点Oを出発してから、 $x$ 秒後の長方形OABCと正方形PQRSの重なっている部分の面積を $y\text{ cm}^2$ とすると、次の(1)~(4)の問いに答えなさい。ただし、点Pが頂点O、Aにあるときは、 $y = 0$ とする。



- (1)  $x = 2$  のとき、 $y$  の値を答えなさい。
- (2) 次の①、②について、 $y$  を  $x$  の式で表しなさい。
  - ①  $0 \leq x \leq 3$  のとき
  - ②  $3 \leq x \leq 6$  のとき
- (3)  $0 \leq x \leq 6$  のとき、 $x$  と  $y$  の関係を表すグラフをかきなさい。
- (4)  $y = 20$  となる  $x$  の値をすべて求めなさい。

- [4] 箱の中に、数字を書いた10枚のカード  $\boxed{0}$ ,  $\boxed{1}$ ,  $\boxed{2}$ ,  $\boxed{3}$ ,  $\boxed{4}$ ,  $\boxed{5}$ ,  $\boxed{6}$ ,  $\boxed{7}$ ,  $\boxed{8}$ ,  $\boxed{9}$  が入っている。これらのカードを使い、次の手順Ⅰ～Ⅲに従って、下のよ  
うな記録用紙に数を記入していく。このとき、あとの(1), (2)の問いに答えなさい。

手順

- Ⅰ 箱の中から1枚のカードを取り出して、そのカードに書かれている数字を、記録用紙の1番目の欄に記入し、カードを箱の中に戻す。
- Ⅱ 箱の中からもう一度1枚のカードを取り出して、そのカードに書かれている数字を、記録用紙の2番目の欄に記入し、カードを箱の中に戻す。
- Ⅲ 次に、記録用紙の $(n-2)$ 番目の欄の数と $(n-1)$ 番目の欄の数の和を求め、その一の位の数を $n$ 番目の欄に記入する。ただし、 $n$ は3以上18以下の自然数とする。

記録用紙

1 番目	2 番目	3 番目	4 番目	5 番目	6 番目	...	16 番目	17 番目	18 番目

- (1) 次の文は、手順Ⅰ～Ⅲに従って、記録用紙に数を記入するときの例について述べたものである。このとき、文中の  $\boxed{\text{ア}}$  ~  $\boxed{\text{ウ}}$  に当てはまる数を、それぞれ答えなさい。

例えば、手順Ⅰで  $\boxed{2}$  のカード、手順Ⅱで  $\boxed{3}$  のカードを取り出したときには、下のよ  
うに、記録用紙の1番目の欄には2、2番目の欄には3を記入する。このとき、16  
番目の欄に記入する数は  $\boxed{\text{ア}}$  , 17番目の欄に記入する数は  $\boxed{\text{イ}}$  , 18番  
目の欄に記入する数は  $\boxed{\text{ウ}}$  となる。

1 番目	2 番目	3 番目	4 番目	5 番目	6 番目	...	16 番目	17 番目	18 番目
2	3	5	8	3	1	...	$\boxed{\text{ア}}$	$\boxed{\text{イ}}$	$\boxed{\text{ウ}}$

(2) 手順Ⅰ，Ⅱで取り出したカードに書かれている数字と，手順Ⅲで記録用紙に記入する数に，どのような関係があるかを調べるために，次の表1，2を作った。

表1は，手順Ⅰで  $\boxed{0} \sim \boxed{9}$  のいずれか1枚のカードを取り出し，手順Ⅱで  $\boxed{5}$  のカードを取り出したときのそれぞれの場合について，1番目の欄の数を小さい順に並べ替えてまとめたものである。また，表2は，手順Ⅰで  $\boxed{0} \sim \boxed{9}$  のいずれか1枚のカードを取り出し，手順Ⅱで  $\boxed{6}$  のカードを取り出したときのそれぞれの場合について，1番目の欄の数を小さい順に並べ替えてまとめたものである。このとき，下の①，②の問いに答えなさい。

表1

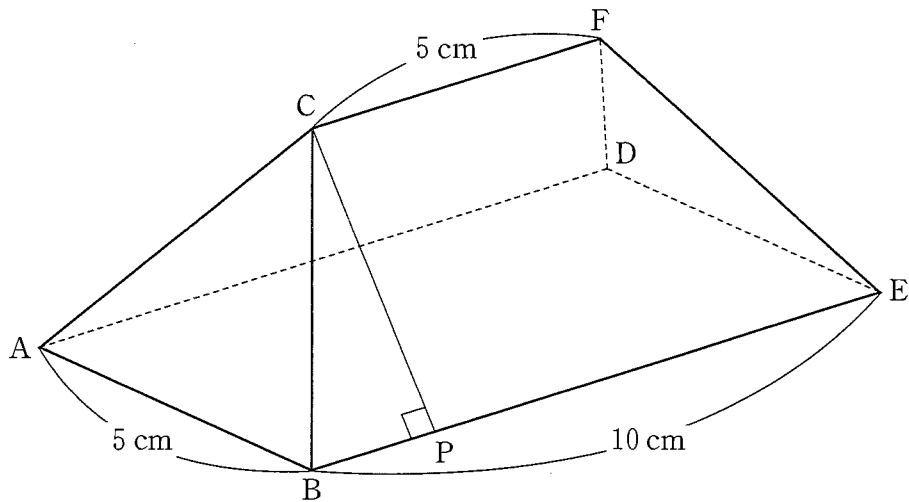
1番目	2番目	...	16番目	17番目	18番目
0	5	...	0	5	5
1	5	...	7	5	2
2	5	...	4	5	9
3	5	...	1	5	6
4	5	...	8	5	3
5	5	...	5	5	0
6	5	...	2	5	7
7	5	...	9	5	4
8	5	...	6	5	1
9	5	...	3	5	8

表2

1番目	2番目	...	16番目	17番目	18番目
0	6	...	0	2	2
1	6	...	7	2	9
2	6	...	4	2	6
3	6	...	1	2	3
4	6	...	8	2	0
5	6	...	5	2	7
6	6	...	2	2	4
7	6	...	9	2	1
8	6	...	6	2	8
9	6	...	3	2	5

- ① 手順Ⅱで  $\boxed{5}$ ， $\boxed{6}$  以外のカードを取り出しても，17番目の欄の数は，1番目の欄の数に関係なく，2番目の欄の数によって決まる。このことを証明しなさい。
- ② 手順Ⅰで  $\boxed{x}$  のカード，手順Ⅱで  $\boxed{4}$  のカードを取り出したとき，18番目の欄の数が1になった。このとき， $x$  の値を求めなさい。

- [5] 下の図のような立体  $ABC - DEF$  があり、四角形  $ABED$  は、 $BA = 5 \text{ cm}$ 、 $BE = 10 \text{ cm}$  の長方形であり、 $\triangle ABC$  と  $\triangle DEF$  は正三角形である。また、辺  $BE$  と辺  $CF$  は平行であり、 $CF = 5 \text{ cm}$  である。点  $C$  から辺  $BE$  に引いた垂線と辺  $BE$  との交点を  $P$  とするとき、次の(1)~(3)の問いに答えなさい。



- (1) 線分  $CP$  の長さを答えなさい。
- (2) 5点  $C, A, B, E, D$  を結んでできる四角すいの体積を求めなさい。
- (3) 4点  $A, B, C, F$  を結んでできる三角すいの体積を求めなさい。



# 数学正答表, 配点

※  
100点

受検番号

[1]

※  
32点

(1)	7	(2)	$-2a + 8b$	(3)	$9a$	(それぞれ4点)
(4)	$x = 6, y = 5$	(5)	$4\sqrt{5}$	(6)	$130a > 5b + 750$	
(7)	$\angle x = 120$ 度	(8)	ア			

[2]

※  
18点

(1) [正答例]  
さいころの目の出方は全部で36通りある。  
 $2 \leq a + b \leq 12$ であり、  
このうち、 $a + b$ が24の約数となるのは、  
17通りある。  
よって、求める確率は  $\frac{17}{36}$

$a \backslash b$	1	2	3	4	5	6
1	②	③	④	5	⑥	7
2	③	④	5	⑥	7	⑧
3	④	5	⑥	7	⑧	9
4	5	⑥	7	⑧	9	10
5	⑥	7	⑧	9	10	11
6	7	⑧	9	10	11	⑫

答  $\frac{17}{36}$

(2) [正答例]  
 $\triangle ABD$  と  $\triangle ECB$  において、  
仮定より、 $\angle DBA = \angle BCE \dots ①$   
 $\triangle BCD$  は  $\angle BCD = \angle BDC$  の二等辺三角形であるから、  
 $BD = CB \dots ②$   
 $AD \parallel BC$  より、 $\angle ADB = \angle ECB \dots ③$   
①, ②, ③より、1辺とその両端の角がそれぞれ等しいから、  
 $\triangle ABD \cong \triangle ECB$   
よって、 $AB = EC$

(3) [正答例]

[3]

※  
18点

(1)  $y = 16$  (3)

(2) ①  $y = 4x^2$  ②  $y = -12x + 72$  ((1)は3点)  
((2)はそれぞれ3点)  
((3)は4点)  
((4)は5点)

[正答例]  
 $0 \leq x \leq 3$  のとき、  
 $4x^2 = 20$  を解いて、  
 $x = \pm\sqrt{5}$   
 $0 \leq x \leq 3$  から  $x = \sqrt{5}$   
 $3 \leq x \leq 6$  のとき、  
 $-12x + 72 = 20$  を解いて、  
 $x = \frac{13}{3}$  これは、 $3 \leq x \leq 6$  を満たす。  
よって、 $x = \sqrt{5}, \frac{13}{3}$   
答  $x = \sqrt{5}, \frac{13}{3}$

[4]

※  
16点

(1) ア 4 イ 1 ウ 5 (それぞれ2点)

(2) [正答例]  
1番目の欄の数を  $a$ 、2番目の欄の数を  $b$  とし、10の倍数を取り除きながら17番目まで順に書き出すと、  
①  $a, b, a+b, a+2b, 2a+3b, 3a+5b, 5a+8b, 8a+3b, 3a+b, a+4b, 4a+5b, 5a+9b, 9a+4b, 4a+3b, 3a+7b, 7a, 7b$  (17番目) したがって、17番目の欄の数は、1番目の欄の数に関係なく、2番目の欄の数によって決まる。  
② [正答例]  
 $7x + 7 \times 4 = 7(x+4)$  の一の位が1になればよい。  
これを満たす  $x$  は9に限る。 答  $x = 9$

[5]

※  
16点

(1)  $\frac{5\sqrt{3}}{2}$  cm (5点)

(2) [正答例]  
点Cから辺ADに引いた垂線と辺ADとの交点をQとすると、  
 $\triangle CPQ$  は  $CP = CQ$  の二等辺三角形であり、 $PQ = AB = 5$  cm  
線分PQの中点をMとすると、線分CMが求める四角すいの高さになる。  
 $\angle CMP = 90^\circ$  より、 $CM^2 = CP^2 - PM^2 = \frac{50}{4}$   $CM = \frac{5\sqrt{2}}{2}$  cm  
よって、求める体積は  
 $\frac{1}{3} \times 5 \times 10 \times \frac{5\sqrt{2}}{2} = \frac{125\sqrt{2}}{3}$  cm<sup>3</sup> 答  $\frac{125\sqrt{2}}{3}$  cm<sup>3</sup>

(3) [正答例]  
辺ABの中点をNとすると、求める三角すいの体積は、  
 $\frac{1}{3} \times (\triangle CFN \text{の面積}) \times AB$   
 $= \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times CF \times CM \times 5 = \frac{125\sqrt{2}}{12}$  cm<sup>3</sup> 答  $\frac{125\sqrt{2}}{12}$  cm<sup>3</sup>