

令 5

数 学

注 意

- 1 問題は、6問で11ページです。
- 2 解答用紙は、この用紙です。とりはずして使用しないでください。
- 3 答えは、すべて解答用紙の指定されたところに、はみ出さないように丁寧に書きなさい。なお、記号で答える問題では、問題文で指定された記号で書きなさい。
 - ・ 分数が含まれるときは、それ以上約分できない形にしなさい。
 - ・ 根号が含まれるときは、根号の中を最も小さい自然数にしなさい。また、分母に根号が含まれるときは、分母に根号を含まない形にしなさい。
- 4 「はじめ」の合図の後、最初にすべてのページがあることを確認しなさい。

1 次の(1)、(2)の問いに答えなさい。

(1) 次の①～④の計算をしなさい。

① $1 - 6$

② $2(x + 3y) - (5x - 4y)$

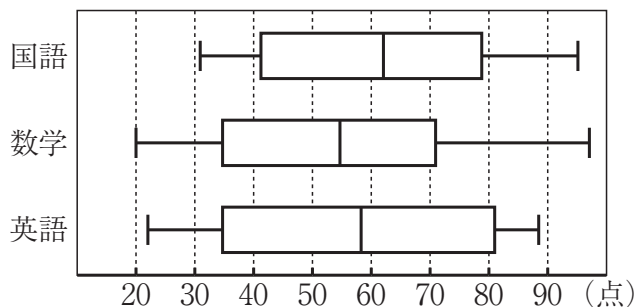
③ $15a^2b \div 3ab^3 \times b^2$

④ $\frac{9}{\sqrt{3}} - \sqrt{12}$

(2) $x^2 - 6x + 9$ を因数分解しなさい。

2 次の(1)~(4)の問いに答えなさい。

- (1) 下の図は、ある中学校の3年生25人が受けた国語、数学、英語のテストの得点のデータを箱ひげ図で表したものである。



図

このとき、これらの箱ひげ図から読み取れることとして正しく説明しているものを、次のア~エの中から**2つ**選んで、その記号を書きなさい。

- ア 3教科の中で国語の平均点が一番高い。
 - イ 3教科の合計点が60点以下の生徒はいない。
 - ウ 13人以上の生徒が60点以上の教科はない。
 - エ 英語で80点以上の生徒は6人以上いる。
- (2) $\frac{252}{n}$ の値が、ある自然数の2乗となるような、最も小さい自然数 n の値を求めなさい。

(3) x についての 2 次方程式 $x^2 + 3ax + a^2 - 7 = 0$ がある。

$a = -1$ のとき、この 2 次方程式を解きなさい。

(4) チョコレートが何個かと、それを入れるための箱が何個かある。1 個の箱にチョコレートを 30 個ずつ入れたところ、すべての箱にチョコレートを入れてもチョコレートは 22 個余った。そこで、1 個の箱にチョコレートを 35 個ずつ入れていったところ、最後の箱はチョコレートが 32 個になった。

このとき、箱の個数を求めなさい。

3 下の図1のように①から⑦までの番号の書かれた階段がある。地面の位置に太郎さん、⑦の段の位置に花子さんがいる。太郎さん、花子さんがそれぞれさいころを1回ずつ振り、自分が出した目の数だけ、太郎さんは①、②、③、…と階段を上り、花子さんは⑥、⑤、④、…と階段を下りる。例えば、太郎さんが2の目を出し、花子さんが1の目を出したときは、下の図2のようになる。また、2段離れているとは、例えば、図3のような状態のこととする。

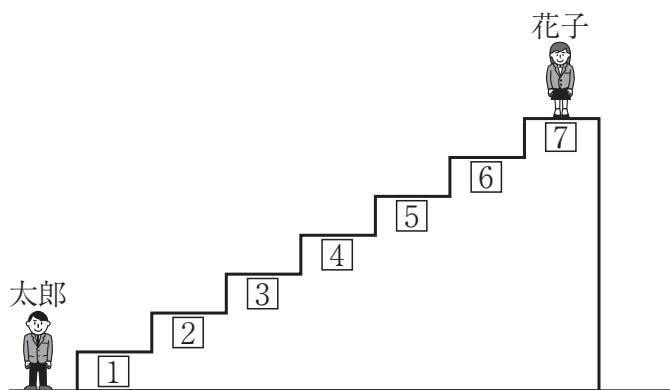


図1

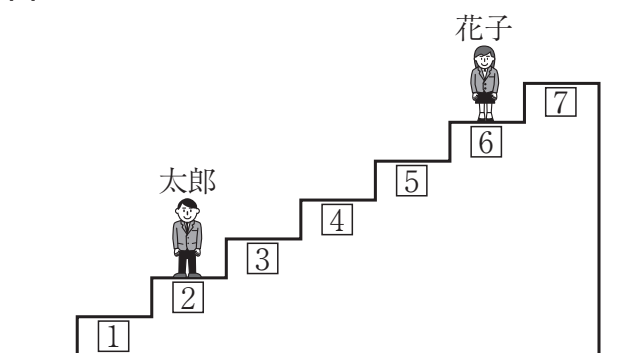


図2

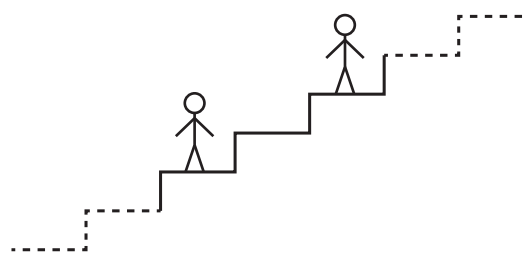


図3 2段離れている例

このとき、次の(1)~(3)の問いに答えなさい。

ただし、さいころは各面に1から6までの目が1つずつかかれており、どの目が出ることも同様に確からしいとする。

(1) 太郎さんと花子さんが同じ段にいる確率を求めなさい。

(2) 太郎さんと花子さんが2段離れている確率を求めなさい。

(3) 太郎さんと花子さんが3段以上離れている確率を求めなさい。

4 右の図1のように、タブレット端末の画面に長さが14 cmの線分 AB を直径とする円 O が表示されている。さらに、円 O の円周上の2点 A、B と異なる点 C、点 A における円 O の接線 ℓ 、 ℓ 上の点 P が表示されている。点 P は ℓ 上を動かすことができ、太郎さんと花子さんは、点 P を動かしながら、図形の性質や関係について調べている。

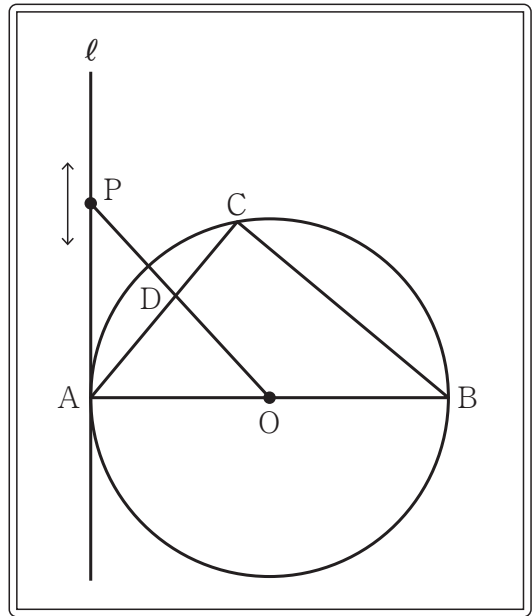


図1

このとき、次の(1)、(2)の問いに答えなさい。

(1) 太郎さんは線分 OP と線分 BC が平行になるように点 P を動かした。

① 線分 AC と線分 OP の交点を D とし、 $BC = 10$ cm とするとき、線分 OD の長さを求めなさい。

② 太郎さんは、 $\triangle ABC \sim \triangle POA$ であることに気づき、次のように証明した。 ア ~ オ をうめて、証明を完成させなさい。

〈証明〉

$\triangle ABC$ と $\triangle POA$ において、

ア だから、イ $= 90^\circ$ …①

直線 ℓ は点 A における円 O の接線だから、

$\angle PAO = 90^\circ$ …②

①、②より、イ $= \angle PAO$ …③

平行線の同位角は等しいから、ウ $=$ エ …④

③、④より、オ がそれぞれ等しいので、

$\triangle ABC \sim \triangle POA$

- (2) 花子さんは、右の図2のように $\angle AOP = 60^\circ$ となるように点Pを動かした。線分OPと円Oとの交点をEとすると、 $\triangle APE$ の面積を求めなさい。

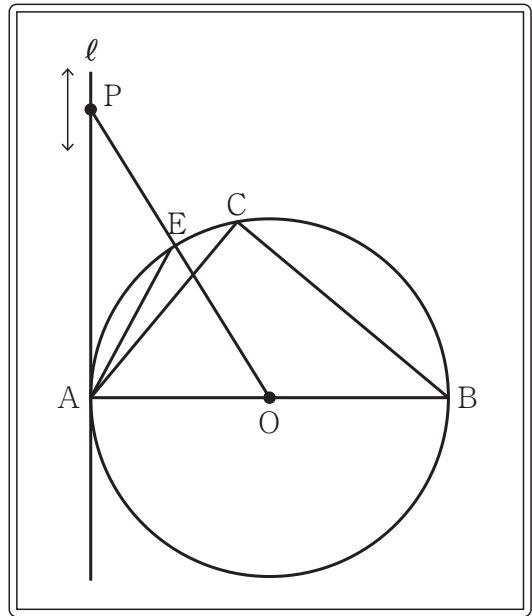


図2

5 $O(0, 0)$ 、 $A(6, 0)$ 、 $B(6, 6)$ とするとき、次の(1)、(2)の問いに答えなさい。

(1) 右の図1において、 m は関数 $y = ax^2$ ($a > 0$) のグラフを表し、 $C(2, 2)$ 、 $D(4, 4)$ とする。

① m が点Bを通るとき、 a の値を求めなさい。

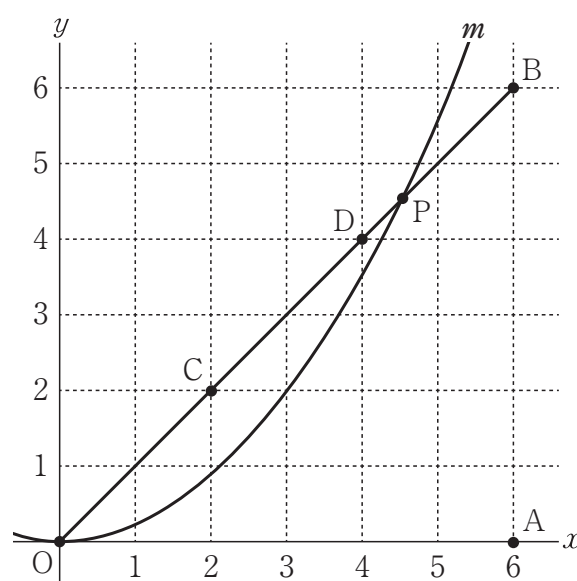


図1

② 次の文章の I ~ III に当てはまる語句の組み合わせを、下のア~カの中から1つ選んで、その記号を書きなさい。

m と線分OBとの交点のうち、点Oと異なる点をPとする。はじめ、点Pは点Dの位置にある。

ここで、 a の値を大きくしていくと、点Pは I の方に動き、小さくしていくと、点Pは II の方に動く。

また、 a の値を $\frac{1}{3}$ とすると、点Pは III 上にある。

ア [I 点B II 点C III 線分OC]

イ [I 点B II 点C III 線分CD]

ウ [I 点B II 点C III 線分DB]

エ [I 点C II 点B III 線分OC]

オ [I 点C II 点B III 線分CD]

カ [I 点C II 点B III 線分DB]

- (2) 右の図2で、 $y = bx$ で表される直線 ℓ と
2点 A、B を除いた線分 AB が交わる時、
その交点を E とする。

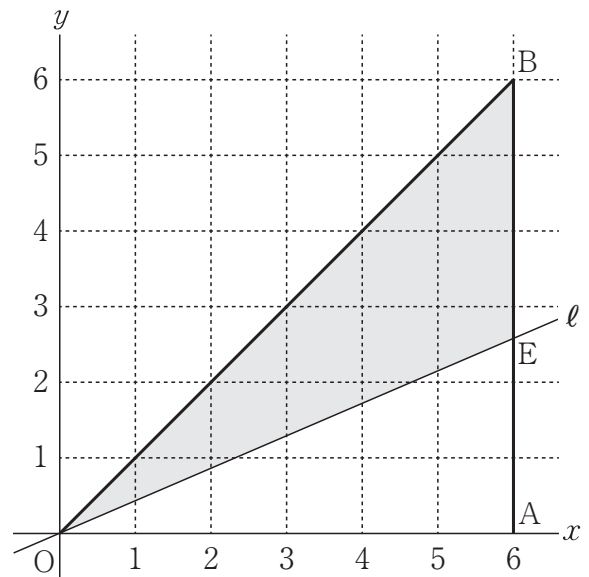
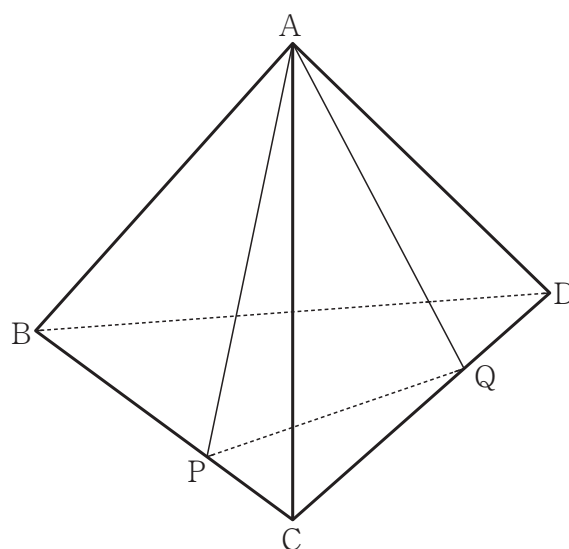


図2

このとき、次の[条件1]と[条件2]の両方を満たす点の個数が12個になるのは、 b がどのような値のときか。 b のとりうる値の範囲を、不等号を使った式で表しなさい。

- [条件1] x 座標も y 座標も整数である。
[条件2] $\triangle OEB$ の辺上または内部にある。

- 6 右の図のような、1辺が6 cm の正四面体がある。辺BC上にBP : PC = 2 : 1となる点P、辺CD上にCQ : QD = 2 : 1となる点Qをとる。



図

このとき、次の(1)、(2)の問いに答えなさい。

- (1) $\triangle CPQ$ はどんな三角形か。最も適切なものを、次のア～エの中から1つ選んで、その記号を書きなさい。

ア 正三角形 イ 二等辺三角形 ウ 直角三角形 エ 直角二等辺三角形

(2) ① 線分 AQ の長さを求めなさい。

② 直線 AP を軸として、 $\triangle APQ$ を 1 回転させてできる立体の体積を求めなさい。
ただし、円周率は π とする。

問 題		標 準 解 答		配 点		問 題		採 点 上 の 留 意 点			
1	(1)	①	-5		4 点	20点	1	(2)	・ $(x-3)(x-3)$ も可とする。		
		②	$-3x + 10y$		4 点						
		③	$5a$		4 点						
		④	$\sqrt{3}$		4 点						
	(2)	$(x-3)^2$		4 点							
2	(1)	イ	エ		5 点	20点	2	(1)	・ 両方ができて正答とする。順序は問わない。		
	(2)	(n=)	7		5 点						
	(3)	(x=)	$\frac{3 \pm \sqrt{33}}{2}$		5 点						
	(4)	5		(個)	5 点						
3	(1)	$\frac{1}{6}$		4 点	15点	4	(1) ②	・ ア、イは両方ができて正答とする。 アは「線分ABは直径」も可とする。 ・ ウ、エは両方ができて正答とする。 順序は問わない。			
	(2)	$\frac{2}{9}$		5 点							
	(3)	$\frac{1}{3}$		6 点							
4	(1)	①	5		(cm)	4 点	15点				
		ア	半円の弧に対する円周角		2 点						
			イ	$\angle ACB$		2 点					
		②	ウ	$\angle ABC$		2 点					
			エ	$\angle POA$		2 点					
		オ	2 組の角		1 点						
	(2)	$\frac{49\sqrt{3}}{4}$		(cm^2)	6 点						
5	(1)	①	(a=)	$\frac{1}{6}$	4 点	15点					
		②	オ		5 点						
	(2)	$\frac{3}{5} < b \leq \frac{2}{3}$		6 点							
6	(1)	ウ		4 点	15点						
	(2)	①	$2\sqrt{7}$							(cm)	5 点
		②	$\frac{50\sqrt{7}}{7}\pi$							(cm^3)	6 点

(注意)

この標準解答及び採点上の留意点によって処理しがたい細部については、各学校で適正な基準を設ける。