

令和5年度 高等学校入学者選抜学力検査問題

第 2 部

数 学

注 意

- 1 問題は、**1** から **5** まであり、10ページまで印刷しております。
- 2 答えは、すべて別紙の解答用紙に記入し、解答用紙だけ提出しなさい。
- 3 **3** の問2は、途中の計算も解答用紙に書きなさい。それ以外の計算は、問題用紙のあいているところを利用しなさい。
- 4 問いのうち、「……選びなさい。」と示されているものについては、問い合わせで指示されている記号で答えなさい。

1

次の問いに答えなさい。(配点 33)

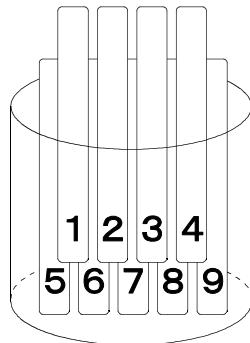
問1 (1)~(3)の計算をしなさい。

(1) $9 - (-5)$

(2) $(-3)^2 \div \frac{1}{6}$

(3) $\sqrt{2} \times \sqrt{14}$

問2 下の図のように、円筒の中に1から9までの数字が1つずつ書かれた9本のくじがあります。円筒の中から1本のくじを取り出し、くじに書かれた数が偶数のとき教室清掃の担当に、奇数のとき廊下清掃の担当に決まるものとします。Aさんが9本のくじの中から1本を取り出すとき、Aさんが教室清掃の担当に決まる確率を求めなさい。

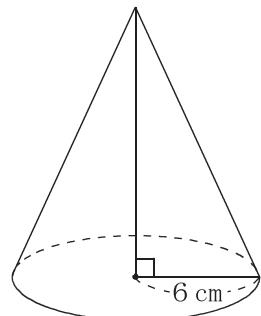


問3 下の表は、ある一次関数について、 x の値と y の値の関係を示したものです。

表の に当てはまる数を書きなさい。

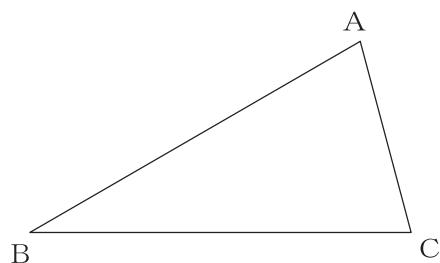
| | | | | | | |
|-----|---|----|----------------------|---|---|---|
| x | … | -1 | 0 | … | 3 | … |
| y | … | 6 | <input type="text"/> | … | 2 | … |

問4 下の図のように、底面の半径が 6 cm 、体積が $132\pi\text{ cm}^3$ の円錐があります。この円錐の高さを求めなさい。



問5 $x^2 - \boxed{}x + 14$ が $(x - a)(x - b)$ の形に因数分解できるとき、
 $\boxed{}$ に当て
はまる自然数を2つ書きなさい。ただし、 a, b はいずれも自然数とします。

問6 下の図のように、 $\angle ACB = 75^\circ$ 、 $BA = BC$ の二等辺三角形ABCがあります。
 $\triangle ABC$ の内部に点Pをとり、 $\angle PBC = \angle PCB = 15^\circ$ となるようにします。点Pを定規とコンパスを使って作図しなさい。
ただし、点を示す記号Pを書き入れ、作図に用いた線は消さないこと。



2

図1のような、小学校で学習したかけ算九九の表があります。優さんは、太線で囲んだ数の

ように、縦横に隣り合う4つの数を $\begin{array}{|c|c|} \hline a & b \\ \hline c & d \\ \hline \end{array}$ と

したとき、4つの数の和 $a + b + c + d$ がどんな数になるかを考えています。

例えば、

| | |
|----|----|
| 8 | 10 |
| 12 | 15 |

のとき $8 + 10 + 12 + 15 = 45$,

| | |
|----|----|
| 10 | 15 |
| 12 | 18 |

のとき $10 + 15 + 12 + 18 = 55$ となります。

優さんは、 $45 = 5 \times 9$, $55 = 5 \times 11$ となることから、次のように予想しました。

(予想I)

縦横に隣り合う4つの数の和は、5の倍数である。

次の問い合わせに答えなさい。(配点 17)

問1 予想Iが正しいとはいえないことを、次のように説明するとき、ア～オに当てはまる数を、それぞれ書きなさい。

(説明)

縦横に隣り合う4つの数が、

$a = \boxed{\text{ア}}$, $b = \boxed{\text{イ}}$, $c = \boxed{\text{ウ}}$, $d = \boxed{\text{エ}}$ のとき,

4つの数の和 $a + b + c + d$ は、オとなり、5の倍数ではない。

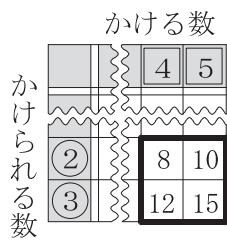
したがって、縦横に隣り合う4つの数の和は、5の倍数であるとは限らない。

図1

| | かける数 | | | | | | | | |
|---|------|----|----|----|----|----|----|----|----|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 1 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 2 | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 | 14 | 16 | 18 |
| 3 | 3 | 6 | 9 | 12 | 15 | 18 | 21 | 24 | 27 |
| 4 | 4 | 8 | 12 | 16 | 20 | 24 | 28 | 32 | 36 |
| 5 | 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 | 35 | 40 | 45 |
| 6 | 6 | 12 | 18 | 24 | 30 | 36 | 42 | 48 | 54 |
| 7 | 7 | 14 | 21 | 28 | 35 | 42 | 49 | 56 | 63 |
| 8 | 8 | 16 | 24 | 32 | 40 | 48 | 56 | 64 | 72 |
| 9 | 9 | 18 | 27 | 36 | 45 | 54 | 63 | 72 | 81 |

問2 優さんは、予想Iがいつでも成り立つとは限らないことに気づき、縦横に隣り合う4つの数それぞれの、かけられる数とかける数に注目して、あらためて調べ、予想をノートにまとめました。

(優さんのノート)



$$\begin{aligned}
 & 8 + 10 + 12 + 15 \\
 & = (\textcircled{2} \times [4]) + (\textcircled{2} \times [5]) + (\textcircled{3} \times [4]) + (\textcircled{3} \times [5]) \\
 & = \textcircled{2} \times ([4] + [5]) + \textcircled{3} \times ([4] + [5]) \\
 & = (\textcircled{2} + \textcircled{3}) \times ([4] + [5])
 \end{aligned}$$

かけられる数の和 かける数の和

(予想II)

縦横に隣り合う4つの数の和は、(かけられる数の和)×(かける数の和)である。

予想IIがいつでも成り立つことを、次のように説明するとき、□ア～□キに当てはまる式を、それぞれ書きなさい。

(説明)

a を、かけられる数 m 、かける数 n の積として $a = mn$ とすると、
 b, c, d は、それぞれ m, n を使って、
 $b = \boxed{\text{ア}}, c = \boxed{\text{イ}}, d = \boxed{\text{ウ}}$ と表すことができる。

このとき、4つの数の和 $a + b + c + d$ は、

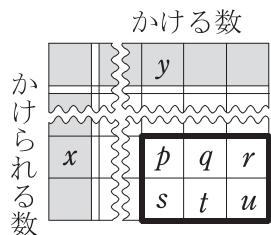
$$\begin{aligned}
 a + b + c + d &= mn + \boxed{\text{ア}} + \boxed{\text{イ}} + \boxed{\text{ウ}} \\
 &= 4mn + 2m + 2n + 1 \\
 &= (2m + 1)(2n + 1) \\
 &= \{ \boxed{\text{エ}} + (\boxed{\text{オ}}) \} \{ \boxed{\text{カ}} + (\boxed{\text{キ}}) \} \quad \text{となる。}
 \end{aligned}$$

したがって、縦横に隣り合う4つの数の和は、
(かけられる数の和)×(かける数の和)である。

問3 優さんは、図2の太線で囲んだ数のように、縦横に隣り合う6つの数の和について調べてみたところ、縦横に隣り合う6つの数の和も、(かけられる数の和)×(かける数の和)となることがわかりました。

図2において、 $p + q + r + s + t + u = 162$ となるとき、 p のかけられる数 x 、かける数 y の値を、それぞれ求めなさい。

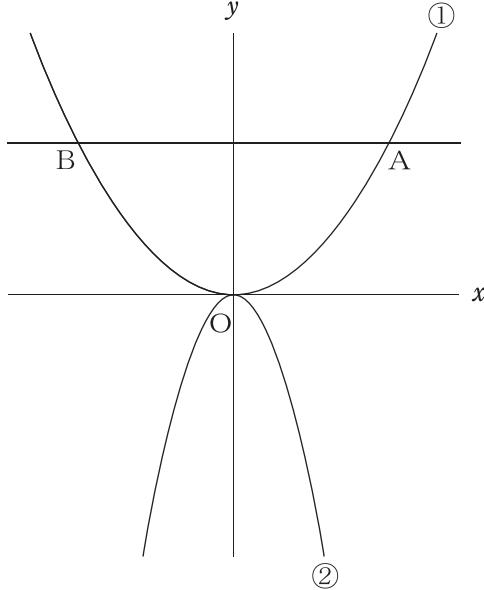
図2



3

下の図のように、2つの関数 $y = ax^2$ (a は正の定数)……①, $y = -3x^2$ ……② のグラフがあります。①のグラフ上に点Aがあり、点Aの x 座標を正の数とします。点A通り、 x 軸に平行な直線と①のグラフとの交点をBとします。点Oは原点とします。

次の問い合わせに答えなさい。(配点 17)



問1 $a = 2$ とします。点Aの y 座標が8のとき、点Aと点Bとの距離を求めなさい。

問2 ①について x の値が1から3まで増加するときの変化の割合が、一次関数 $y = x + 2$ について x の値が-1から2まで増加するときの変化の割合に等しいとき、 a の値を求めなさい。

問3 $a = \frac{1}{3}$ とします。点Aの x 座標を3とします。②のグラフ上に点Cを、 x 座標が1となるようにとります。点Cを通り、 x 軸に平行な直線と②のグラフとの交点をDとします。線分AB, CD上にそれぞれ点P, Qをとり、点Pの x 座標を t とします。ただし、 $0 < t \leq 1$ とします。

陸さんは、コンピュータを使って直線PQを動かしたところ、直線PQが原点Oを通るとき、台形ABDCの面積を2等分することに気づきました。

直線PQが原点Oを通るとき、次の(1), (2)に答えなさい。

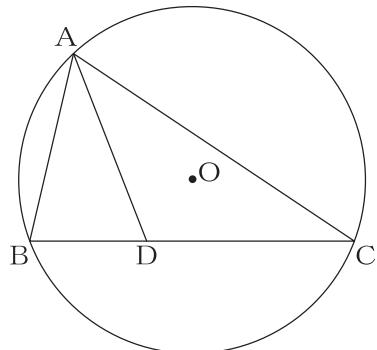
(1) 点Qの座標を、 t を使って表しなさい。

(2) 直線PQが台形ABDCの面積を2等分することを説明しなさい。

4

下の図のように、円Oの円周上に3点A, B, Cをとります。 $\angle BAC$ の二等分線と線分BCとの交点をDとします。

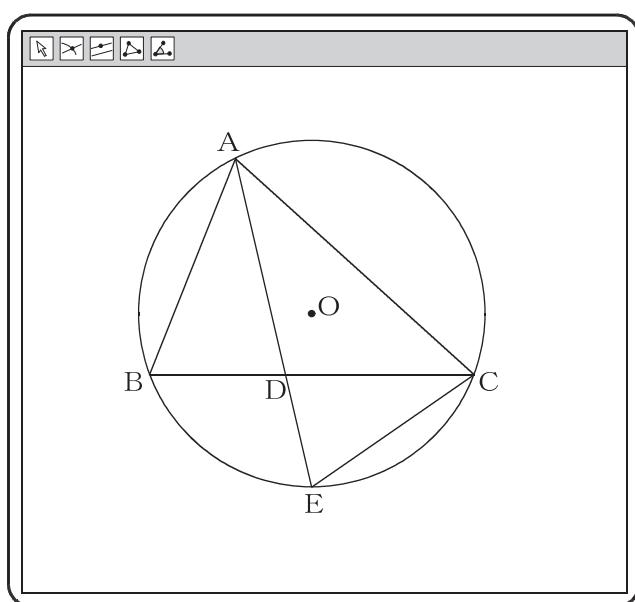
次の問いに答えなさい。(配点 16)



問1 $AD=CD$, $\angle BAD=35^\circ$ のとき, $\angle ADC$ の大きさを求めなさい。

問2 悠斗さんと由美さんは、コンピュータを使って、画面のように、線分ADを延長した直線と円Oとの交点をEとしました。次に、点A, B, Cを円周上で動かし、悠斗さんは「 $\triangle ABD$ と $\triangle CED$ が相似である」、由美さんは「 $\triangle ABD$ と $\triangle AEC$ が相似である」と予想し、それぞれ予想が成り立つことを証明しました。

画面



(悠斗さんの証明)

$\triangle ABD$ と $\triangle CED$ において、
[ア] に対する [イ] は等しいから、
 $\angle ABD = \angle CED \cdots \textcircled{1}$
また、対頂角は等しいから、
 $\angle ADB = \angle CDE \cdots \textcircled{2}$
①, ②から、
[ウ] ので、
 $\triangle ABD \sim \triangle CED$

(由美さんの証明)

$\triangle ABD$ と $\triangle AEC$ において、
[ア] に対する [イ] は等しいから、
 $\angle ABD = \angle AEC \cdots \textcircled{1}$
また、仮定から、
 $\angle BAD = \angle EAC \cdots \textcircled{2}$
①, ②から、
[ウ] ので、
 $\triangle ABD \sim \triangle AEC$

次の(1), (2)に答えなさい。

- (1) [ア] ~ [ウ] には、それぞれ共通する言葉が入ります。[ア] ~ [ウ] に当てはまる言葉をそれぞれ書き入れ、証明を完成させなさい。
- (2) $AB = AD$ のとき、 $\triangle ABE \equiv \triangle ADC$ を証明しなさい。なお、悠斗さんや由美さんが証明したことを用いてもよいものとします。

5

A市に住む中学生の翼さんは、ニュースで聞いたことをもとに、先生と話し合っています。

翼さん 「昨日、ニュースで『今年の夏は暑くなりそうだ』と言っていましたよ。」
先生 「先生が子どもだった50年くらい前は、もっと涼しかったんですけどね。」
翼さん 「どのくらい涼しかったんですか？」
先生 「最高気温が25°C以上の『夏日』は、最近よりずっと少なかったはずです。」
翼さん 「そうなんですか。家に帰ったら調べてみますね。」

次の問い合わせに答えなさい。(配点 17)

問1 翼さんは、今から50年前と2021年の夏日の日数を比べてみることにしました。翼さんは、A市の1972年と2021年における、7月と8月の日ごとの最高気温を調べ、その結果をノートにまとめました。次の [ア] ~ [ウ] に当てはまる数を、それぞれ書きなさい。

(翼さんのノート1)

A市の7～8月の
日ごとの最高気温の度数分布表

| 階級 (°C) | 1972年 | | 2021年 | |
|---------------------|-----------|-------------|-----------|-------------|
| | 度数 (日) | 累積度数 (日) | 度数 (日) | 累積度数 (日) |
| 以上 未満 13 ~ 16 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 16 ~ 19 | 0 | 1 | 2 | 2 |
| 19 ~ 22 | 6 | 7 | 3 | 5 |
| 22 ~ 25 | 16 | 23 | 14 | 19 |
| 25 ~ 28 | 26 | 49 | 10 | 29 |
| 28 ~ 31 | 8 | 57 | 15 | 44 |
| 31 ~ 34 | 4 | 61 | 12 | 56 |
| 34 ~ 37 | 1 | 62 | 6 | 62 |
| 合 計 | 62 | | 62 | |

【わかったこと】

A市の7～8月の夏日（最高気温が25°C以上）の日数は、
1972年が [ア] 日、
2021年が [イ] 日である。

【結論】

A市の夏日の日数は、
1972年と2021年とでは
[ウ] 日しか変わらない。

問2 翼さんは、ノート1を見せながら、先生と話し合っています。

翼さん 「A市の夏日の日数は、50年前とほとんど変わりませんでした。」
先生 「本当ですか。ん？7月と8月以外の月でも夏日になることがありますよ。
それに、調べた1972年と2021年の夏日の日数が、たまたま多かった、
あるいは、たまたま少なかったという可能性もありますよね。」
翼さん 「たしかにそうですね。もう少し調べてみます！」

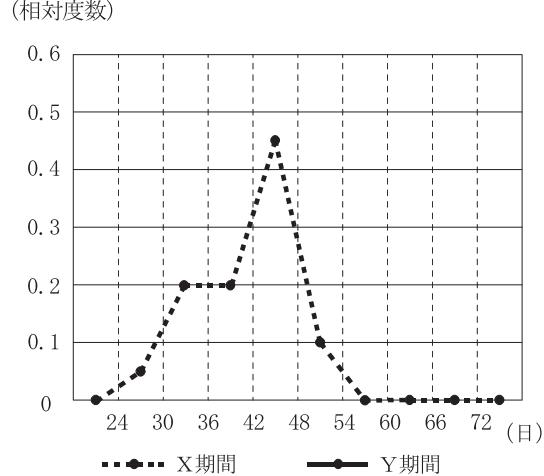
翼さんは、A市の夏日の年間日数について、1962年から1981年までの20年間（以下、「X期間」とします。）と、2012年から2021年までの10年間（以下、「Y期間」とします。）をそれぞれ調べ、その結果をノートにまとめることにしました。

（翼さんのノート2）

A市の夏日の年間日数の度数分布表

| 階級（日） | X期間 | | Y期間 | |
|---------------|-----------|------|-----------|------|
| | 度数 (年) | 相対度数 | 度数 (年) | 相対度数 |
| 以上未満 24～30 | 1 | 0.05 | 0 | 0.00 |
| 30～36 | 4 | 0.20 | 0 | 0.00 |
| 36～42 | 4 | 0.20 | 0 | 0.00 |
| 42～48 | 9 | 0.45 | 0 | 0.00 |
| 48～54 | 2 | 0.10 | 1 | 0.10 |
| 54～60 | 0 | 0.00 | 2 | 0.20 |
| 60～66 | 0 | 0.00 | 2 | 0.20 |
| 66～72 | 0 | 0.00 | 5 | 0.50 |
| 合計 | 20 | 1.00 | 10 | 1.00 |

A市の夏日の年間日数の
相対度数の度数折れ線（度数分布多角形）



【まとめ】

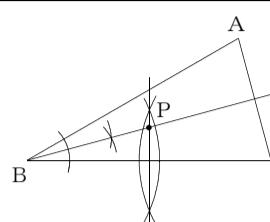
A市の夏日の年間日数について、X期間とY期間を比較した結果、50年くらい前は、今と比べて といえる。

次の(1)～(3)に答えなさい。

- (1) ノート2の度数分布表をもとに、Y期間の相対度数の度数折れ線（度数分布多角形）を、解答用紙に書き入れなさい。

- (2) ノート2において、翼さんが「度数」ではなく「相対度数」をもとに比較している理由を説明しなさい。

- (3) に当てはまる言葉として最も適当なものを、次のア～ウから選びなさい。
また、選んだ理由を、X期間とY期間の2つの相対度数の度数折れ線（度数分布多角形）の特徴と、その特徴から読み取れる傾向をもとに説明しなさい。
ア 暑かった イ 変わらなかつた ウ 涼しかつた

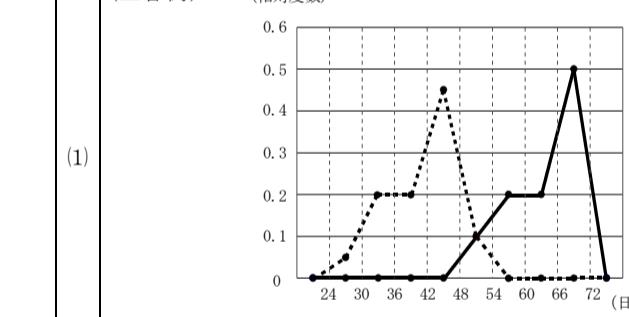
| 1 | | | | | | | | | | | | |
|------|--------------------------------------------------------------------------------------------|---------------|----|------|-----|----|----|------|-----|-------------|----|------|
| 問題番号 | 正 答 | | 配点 | 通し番号 | 正 答 | | 配点 | 通し番号 | 正 答 | | 配点 | 通し番号 |
| 問1 | (1) | 14 | 3 | ① | (2) | 54 | 3 | ② | (3) | $2\sqrt{7}$ | 3 | ③ |
| 問2 | | $\frac{4}{9}$ | 4 | ④ | 問3 | | | | 5 | | 4 | ⑤ |
| 問4 | | 11 cm | 5 | ⑥ | 問5 | 9 | | | 15 | 5 | ⑦ | |
| 問6 | (正答例)  | | | | | | | | | | 6 | ⑧ |

| 2 | | | | | | | | | |
|------|----------------------|------------------|-----------|-------|--|----|------|--|--|
| 問題番号 | 正 答 | | | | | 配点 | 通し番号 | | |
| 問1 | ア (正答例) 1 | イ (正答例) 2 | ウ (正答例) 2 | | | 4 | ⑨ | | |
| | エ (正答例) 4 | オ (正答例) 9 | | | | | | | |
| 問2 | ア (正答例) $m(n+1)$ | イ (正答例) $(m+1)n$ | | | | 7 | ⑩ | | |
| | ウ (正答例) $(m+1)(n+1)$ | | | | | | | | |
| | エ | m | オ | $m+1$ | | | | | |
| | カ | n | キ | $n+1$ | | | | | |
| 問3 | $x=4, y=5$ | | | | | 6 | ⑪ | | |

| 問題番号 | 採点基準 |
|------|----------------------|
| 1 問5 | ・いずれか一方が正しい場合は2点とする。 |

| 問題番号 | 採点基準 |
|---------|-----------------------------------------------------------|
| 1 問6 | ・∠Bの二等分線または線分BCの垂直二等分線のいずれかが正しくかかれている場合は3点とする。 |
| 2 問1 | ・完全解答とする。 |
| 2 問2 | ・ア, イ, ウの配点は各1点とする。 ・エ, オ及びカ, キはそれぞれ完全解答とし, 配点は各2点とする。 |
| 2 問3 | ・完全解答とする。 |
| 3 問2 | ・①が導かれている場合は3点とする。 |
| 3 問3(2) | ・①が導かれている場合は3点とする。 |

| 4 | | | | | | | | | | | |
|---------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|--|--|----|------|--|--|--|--|
| 問題番号 | 正 答 | | | | | 配点 | 通し番号 | | | | |
| 問1 | 110 度 | | | | | 4 | ⑯ | | | | |
| (1) | ア (正答例) 弧AC | イ | 円周角 | | | 4 | ⑰ | | | | |
| | ウ (正答例) 2組の角がそれぞれ等しい | | | | | | | | | | |
| | (証明) (正答例1) △ABEと△ADCにおいて, 仮定より, AB=AD① また, 仮定より, ∠BAE=∠DAC② 弧ABに対する円周角は等しいので, ∠BEA=∠DCA③ ∠BAE=180°-(∠BEA+∠BAE)④ ∠ADC=180°-(∠DCA+∠DAC)⑤ ②, ④, ⑤より, ∠BAE=∠ADC⑥ ①, ②, ⑥より, 1組の辺とその両端の角が それぞれ等しいので, △ABE≡△ADC | | | | | | | | | | |
| 問2 | (2) | (正答例2) (①までは正答例1と同様とする。) また, 仮定より, ∠BAE=∠DAC⑦ △ABD∽△AECから, 対応する辺の比は 等しいので, AB:AD=AЕ:AC=1:1 よって, AE=AC⑧ ①, ②, ⑦より, 2組の辺とその間の角がそれぞれ 等しいので, △ABE≡△ADC | | | | | | | | | |
| | | (正答例3) (①までは正答例1と同様とする。) △ABD∽△AECから, 対応する辺の比は 等しいので, AB:AD=AЕ:AC=1:1 よって, AE=AC⑨ △ABD∽△CEDから, 対応する辺の比は 等しいので, AB:AD=CE:CD=1:1 よって, CD=CE⑩ 仮定より, ∠BAE=∠EACであるから, 弧BEと弧CEの長さが等しいので, ∠BCE=∠EBC 底角が等しいので, △BECは, BE=CEの 二等辺三角形である。⑪ ⑦, ⑨より, BE=DC⑫ ①, ②, ⑪より, 3組の辺がそれぞれ等しいので, △ABE≡△ADC | | | | | | | | | |
| | 問題番号 | | | | | | | | | | |
| | 採点基準 | | | | | | | | | | |
| 4 問2(1) | ・ア, イは完全解答とし, 配点は2点とする。 ・ウの配点は2点とする。 | | | | | | | | | | |

| 問題番号 | 正 答 | 配点 | 通し番号 |
|------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|------|
| 問1 | ア 39 イ 43 ウ 4 | 4 | ⑯ |
| 問2 | (正答例) (相対度数)  | 3 | ⑰ |
| 問3 | (理由) (正答例) X期間とY期間では、度数の合計が異なるから。 | 4 | ⑱ |
| | (記号) ウ | 6 | ⑲ |
| | (説明) (正答例) 2つの度数折れ線が同じような形をしていて、 X期間の方がY期間よりも左側にあり、 X期間は、Y期間より夏日の年間日数が少ない 傾向にあるといえるから。 | 6 | ⑳ |

| 問題番号 | 採点基準 |
|---------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 4 問2(2) | ・①, ②, ③が導かれている場合はそれぞれ2点とする。 |
| 5 問1 | ・完全解答とする。 |
| 5 問2(1) | ・折れ線上の点及び階級値が21日から45日までの線分の有無は問わない。 |
| 5 問2(2) | ・度数の合計が異なるということが示されていればよい。 |
| 5 問2(3) | ・(説明)は(記号)に「ウ」が書かれているものを採点対象とする。 ・①, ②が導かれている場合はそれぞれ3点とする。 (①は、X期間の方がY期間よりも左側にあることが書かれていればよい。) (②は、X期間がY期間より夏日の年間日数が少ないことが書かれていればよい。) |

(注) 1 [1] 問6, [2] 問1, 問2ア, イ, ウ, [3] 問2, 問3(2), [4] 問2(1)ア, ウ, (2), [5] 問2について, 論理的に正しい場合は正答とする。

2 正答表に示された事項以外のものについては, 学校の判断による。ただし, 正答表に示す正答例以外の解答に係る中間点の配点については, 上記の採点基準に準じること。