Ⅱ [redacted]

令 和 4 年 度

Ⅱ　数　学

（10 時 10 分 ～ 11 時 00 分）

注　　意

- ○ 問題用紙は３枚（３ページ）あります。
- ○ 解答用紙は**この用紙の裏面**です。
- ○ 答えはすべて，解答用紙の所定の欄に記入しなさい。
- ○ 解答用紙の　　　の欄には記入してはいけません。

注　意

1　答えに $\sqrt{}$ が含まれるときは，$\sqrt{}$ をつけたままで答えなさい。
　ただし，$\sqrt{}$ の中はできるだけ小さい自然数にしなさい。

2　円周率は π を用いなさい。

1　次の（1），（2）の問いに答えなさい。

（1）　次の計算をしなさい。

①　$3-9$

②　$\frac{7}{6}\times(-12)$

③　$5(a-2b)-2(2a-3b)$

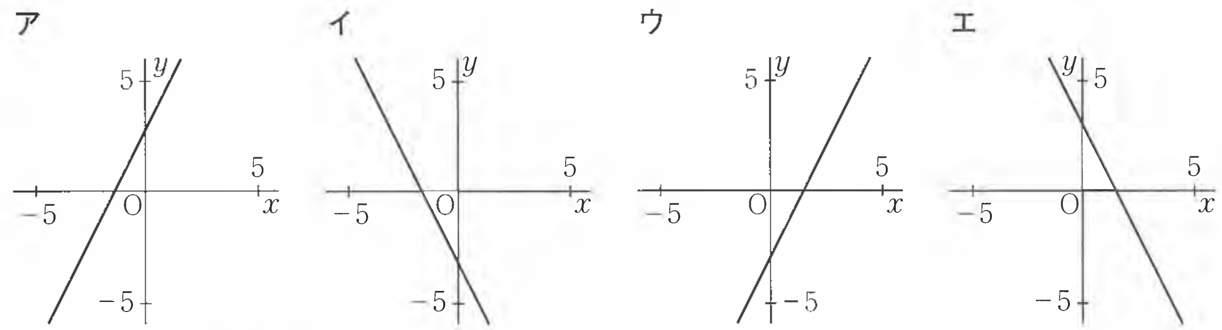
④　$\sqrt{12}\times\sqrt{45}$

（2）　半径が 5 cm，中心角が 72° のおうぎ形の面積を求めなさい。

2　次の（1）～（5）の問いに答えなさい。

（1）　1 枚の重さ a g の原稿用紙 16 枚をまとめて，重さ b g の封筒に入れると，全体の重さは 250 g 以上になった。このとき，数量の間の関係を，不等式で表しなさい。

（2）　下の図の**ア**～**エ**のグラフは，1 次関数 $y=2x-3$，$y=2x+3$，$y=-2x-3$，$y=-2x+3$ のいずれかである。1 次関数 $y=2x-3$ のグラフを**ア**～**エ**の中から 1 つ選び，記号で答えなさい。

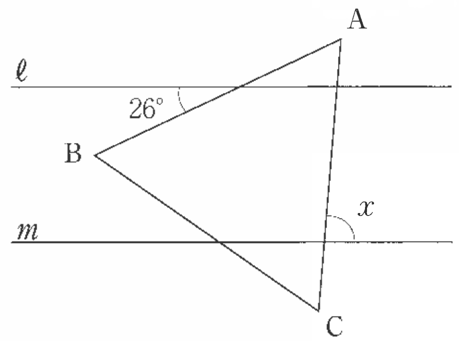


（3）　2 次方程式 $(x-2)^2-6=0$ を解きなさい。

（4）　下の**資料**は，ある中学校の生徒 10 人の通学時間の記録を示したものである。この**資料**の生徒 10 人の通学時間の記録の中央値を求めなさい。

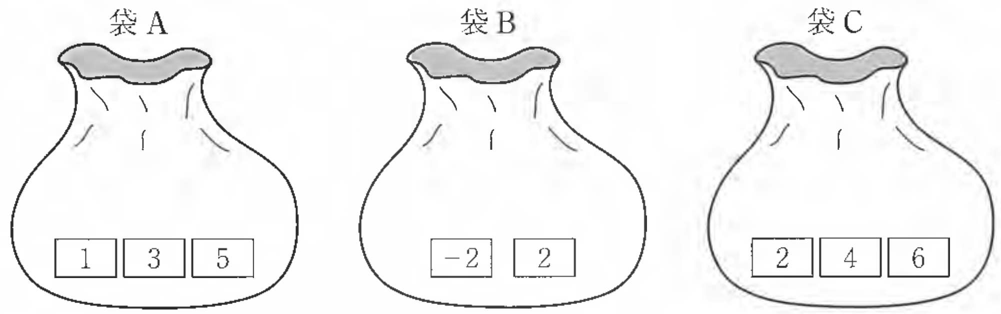
資料　18，4，20，7，9，10，13，25，18，11　（単位：分）

（5）　右の図で，△ABC は正三角形であり，$\ell /\!/ m$ である。
このとき，∠ x の大きさを求めなさい。



3　次の（1），（2）の問いに答えなさい。

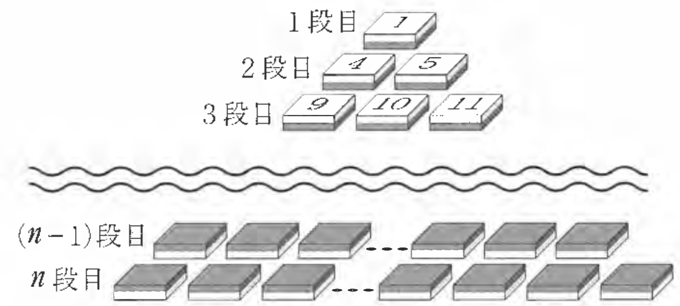
（1）　下の図のように，袋 A の中には 1，3，5 の整数が 1 つずつ書かれた 3 枚のカードが，袋 B の中には -2，2 の整数が 1 つずつ書かれた 2 枚のカードが，袋 C の中には 2，4，6 の整数が 1 つずつ書かれた 3 枚のカードがそれぞれ入っている。
3 つの袋 A，B，C から，それぞれ 1 枚のカードを取り出す。このとき，袋 A から取り出したカードに書かれた整数を a，袋 B から取り出したカードに書かれた整数を b，袋 C から取り出したカードに書かれた整数を c とする。
ただし，3 つの袋それぞれにおいて，どのカードを取り出すことも同様に確からしいものとする。



①　$ab+c=-4$ となる場合は何通りあるか求めなさい。

②　$ab+c$ の値が正の数となる確率を求めなさい。

（2）　右の図のように，自然数が書かれた積み木がある。
1 段目の左端の積み木には $1^2=1$，2 段目の左端の積み木には $2^2=4$，3 段目の左端の積み木には $3^2=9$ となるように，各段の左端に，段の数の 2 乗の自然数が書かれた積み木を並べる。
次に，1 段目には 1 個，2 段目には 2 個，3 段目には 3 個のように，段の数と同じ個数の積み木を並べる。2 段目以降は，左端の積み木から右へ順に，積み木に書かれた自然数が 1 ずつ大きくなるように，積み木を並べる。
n 段目の右端の積み木に書かれた自然数を a，$(n-1)$ 段目の右端の積み木に書かれた自然数を b とする。ただし，n は 8 以上の自然数とする。また，図の n 段目と $(n-1)$ 段目の積み木は，裏返した状態である。



①　8 段目の右端の積み木に書かれた自然数を求めなさい。

②　2 つの自然数 a，b について，$a-b$ を計算すると，どのようなことがいえるか。次の**ア**～**ウ**の中から正しいものを 1 つ選び，解答用紙の（　　）の中に記号で答えなさい。
また，a，b を，それぞれ n を使った式で表し，選んだものが正しい理由を説明しなさい。

ア　$a-b$ は，いつでも偶数である。
イ　$a-b$ は，いつでも奇数である。
ウ　$a-b$ は，いつでも 3 の倍数である。

4 そうたさんとゆうなさんが，下の**<ルール>**にしたがい，1枚の重さ5gのメダルA，1枚の重さ4gのメダルBをもらえるじゃんけんゲームを行った。

<ルール>

（1）　じゃんけんの回数

○　30回とする。

○　あいこになった場合は，勝ち負けを決めず，1回と数える。

（2）　1回のじゃんけんでもらえるメダルの枚数

○　勝った場合は，メダルAを2枚，負けた場合は，メダルBを1枚もらえる。

○　あいこになった場合は，2人ともメダルAを1枚，メダルBを1枚もらえる。

ゲームの結果，あいこになった回数は8回であった。

また，そうたさんが，自分のもらったすべてのメダルの重さをはかったところ，232gであった。

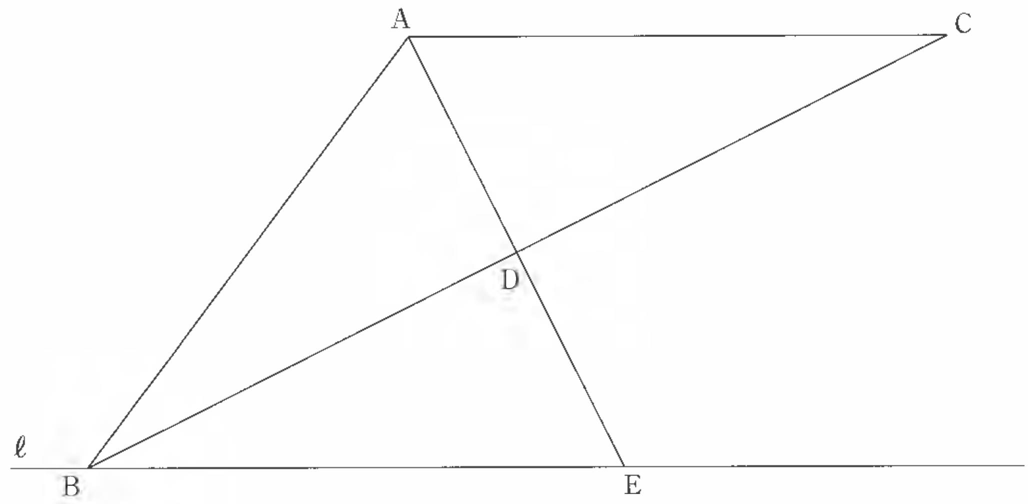
このとき，そうたさんとゆうなさんがじゃんけんで勝った回数をそれぞれ求めなさい。

求める過程も書きなさい。

5 下の図のように，△ABCがあり，直線ℓは点Bを通り辺ACに平行な直線である。

また，∠BACの二等分線と辺BC，ℓとの交点をそれぞれD，Eとする。

AC＝BEであるとき，△ABD≡△ACDとなることを証明しなさい。



4数

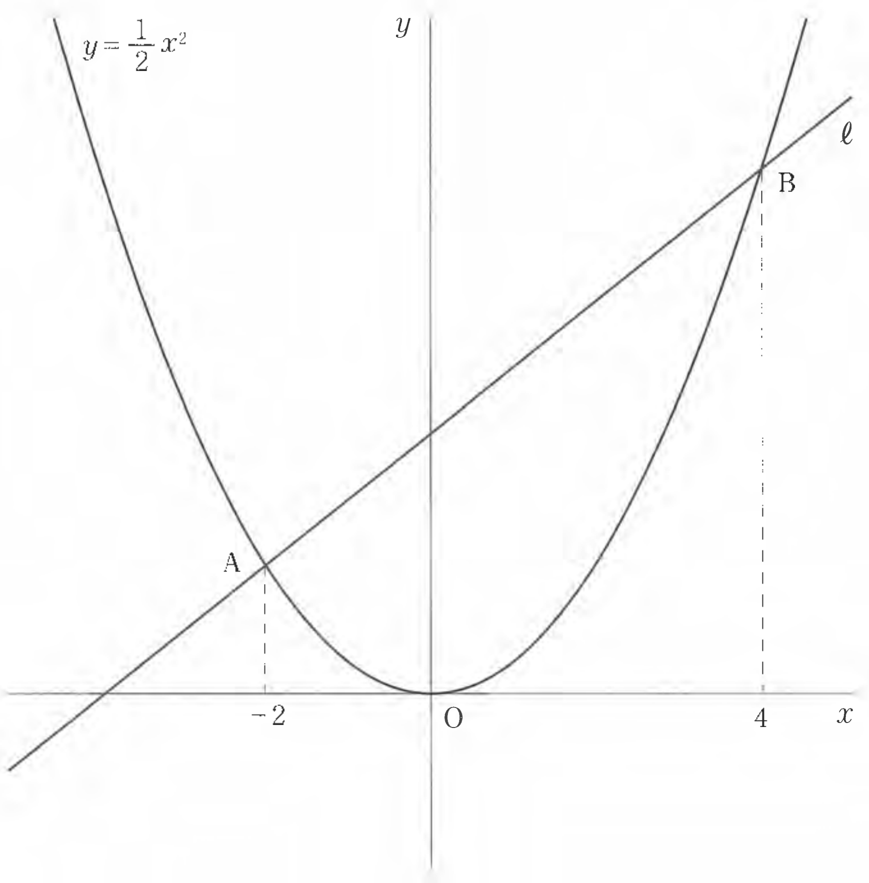
6 下の図のように，関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフと直線 ℓ があり，2点A，Bで交わっている。ℓ の式は $y=x+4$ であり，A，Bの x 座標はそれぞれ -2，4である。

Aと x 軸について対称な点をCとするとき，次の（1）～（3）の問いに答えなさい。

（1） 点Cの座標を求めなさい。

（2） 2点B，Cを通る直線の式を求めなさい。

（3） 関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフ上に点Pをとり，Pの x 座標を t とする。ただし，$0<t<4$ とする。
△PBCの面積が△ACBの面積の $\frac{1}{4}$ となる t の値を求めなさい。



7 下の図のような，底面が DE＝EF＝6 cm の直角二等辺三角形で，高さが 9 cm の三角柱がある。

辺ACの中点をMとする。

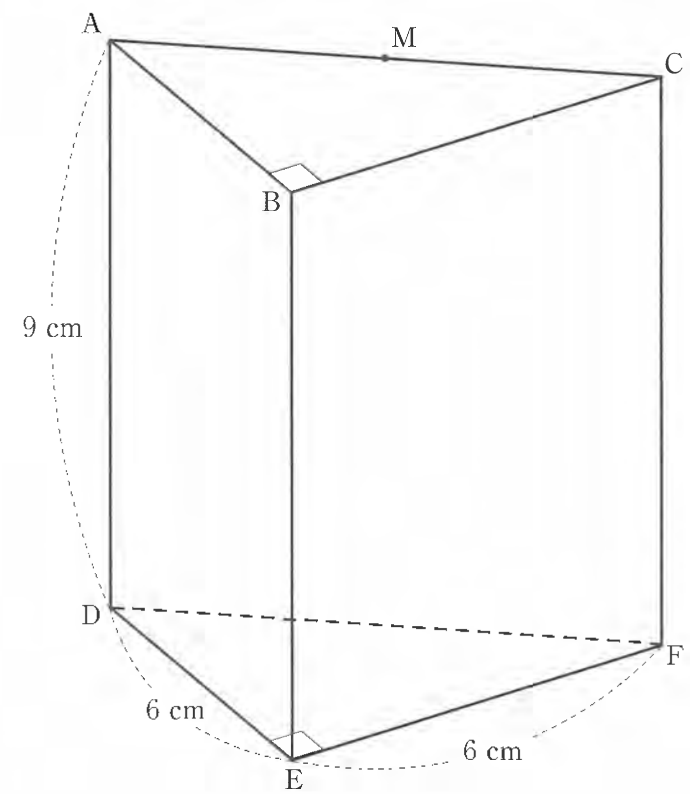
このとき，次の（1），（2）の問いに答えなさい。

（1） 線分BMの長さを求めなさい。

（2） 辺BE上に，△APCの面積が 30 cm^2 となるように点Pをとる。

① 線分PMの長さを求めなさい。

② 3点A，C，Pを通る平面と点Bとの距離を求めなさい。



4数

4 数　学　　　50点満点

大	小		正解	標準配点	備考
1	(1)	①	-6	2	
		②	-14	2	
		③	$a-4b$	2	
		④	$6\sqrt{15}$	2	
	(2)		5π　　cm^2	2	
2	(1)		$16a+b \geqq 250$	2	
	(2)		ウ	2	
	(3)		$x=2\pm\sqrt{6}$	2	
	(4)		12　　分	2	
	(5)		86　　度	2	
3	(1)	①	2　　通り	2	
		②	$\frac{11}{18}$	2	
	(2)	①	71	1	
		②	（　ア　） [理由の例] n段目の左端の数はn^2で，n段目には連続する自然数がn個並んでいることから， $a=n^2+(n-1)$ $=n^2+n-1$ また，$(n-1)$段目の左端の数は$(n-1)^2$で，$(n-1)$段目には連続する自然数が$(n-1)$個並んでいることから， $b=(n-1)^2+(n-2)$ $=n^2-n-1$ よって， $a-b=(n^2+n-1)-(n^2-n-1)$ $=n+n$ $=2n$ nは自然数であるから，$2n$は偶数である。 以上より，$a-b$は，いつでも偶数である。	3	

大	小		正解	標準配点	備考
4			[求める過程の例] そうたさんが勝った回数をx回，ゆうなさんが勝った回数をy回とする。 そうたさんの負けた回数はy回と表される。 そうたさんの勝った回数はx回，負けた回数はy回，あいこの回数は8回であるから， $x+y+8=30$ これを整理して， $x+y=22$ ……………… ① そうたさんがもらったメダルAの枚数は$(2x+8)$枚，メダルBの枚数は$(y+8)$枚と表される。 そうたさんがもらったすべてのメダルの重さが232 gであるから， $5\times(2x+8)+4\times(y+8)=232$ これを整理して， $5x+2y=80$ ……………… ② ①，②を連立方程式として解いて， $x=12$，$y=10$ これらは問題に適している。 答 そうたさんが勝った回数　12 回 　 ゆうなさんが勝った回数　10 回	5	
5			[証明の例1] △ABDと△ACDにおいて ADは共通 ……………… ① 仮定から　∠BAD＝∠CAD ……………… ② また，平行線の錯角は等しいからAC∥BEより ∠CAD＝∠BED ……………… ③ ②，③より　∠BAD＝∠BED ……………… ④ ④より　△BAEは二等辺三角形だから　BA＝BE …… ⑤ 仮定から　AC＝BE ……………… ⑥ ⑤，⑥より　BA＝CA ……………… ⑦ ①，②，⑦より　2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから △ABD≡△ACD [証明の例2] 線分ECをひく。 四角形ABECにおいて 仮定から　AC∥BE ……………… ① 仮定から　AC＝BE ……………… ② ①，②より　1組の対辺が平行でその長さが等しいから 四角形ABECは平行四辺形である。 △ABDと△ACDにおいて 平行四辺形の対角線はそれぞれの中点で交わるから BD＝CD ……………… ③ ADは共通 ……………… ④ 仮定から　∠BAD＝∠CAD ……………… ⑤ また，平行線の錯角は等しいからAC∥BEより ∠CAD＝∠BED ……………… ⑥ ⑤，⑥より　∠BAD＝∠BED ……………… ⑦ ⑦より　△BAEは二等辺三角形だから　BA＝BE …… ⑧ 仮定から　AC＝BE ……………… ⑨ ⑧，⑨より　BA＝CA ……………… ⑩ ③，④，⑩より　3組の辺がそれぞれ等しいから △ABD≡△ACD	5	
6	(1)		C$(-2,\ -2)$	1	
	(2)		$y=\frac{5}{3}x+\frac{4}{3}$	2	
	(3)		$t=\frac{5+\sqrt{31}}{3}$	3	
7	(1)		$3\sqrt{2}$　　cm	1	
	(2)	①	$5\sqrt{2}$　　cm	2	
		②	$\frac{12\sqrt{2}}{5}$　　cm	3	

※部分点については，各校において統一した基準を設けて採点するものとする。