数　　　学

注　　　意

1　監督者の「始め」の合図があるまで開いてはいけません。

2　問題用紙は表紙を入れて７ページあり，これとは別に解答用紙が１枚あります。

3　受検番号は，解答用紙及び問題用紙の決められた欄に記入しなさい。

4　答えは，問題の指示に従って，**すべて解答用紙に記入しなさい**。計算などは，問題用紙の余白を利用しなさい。

5　監督者の「やめ」の合図ですぐにやめなさい。

受検番号	

1 次の**1**～**5**の問いに答えなさい。

1 次の(1)～(5)の問いに答えよ。

(1) $5 \times 4 + 7$ を計算せよ。

(2) $\dfrac{2}{3} - \dfrac{3}{5} \div \dfrac{9}{2}$ を計算せよ。

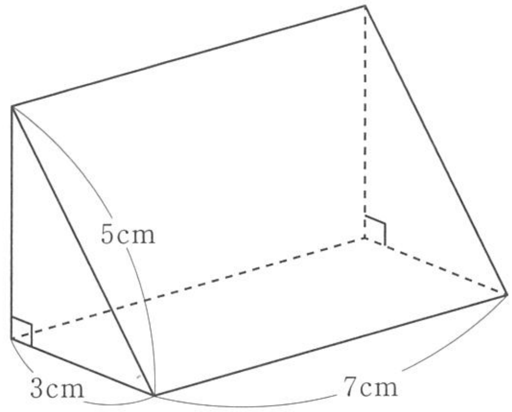
(3) $\sqrt{6} \times \sqrt{8} - \dfrac{9}{\sqrt{3}}$ を計算せよ。

(4) 4 km を 20 分で走る速さは時速何 km か。

(5) 正四面体の辺の数は何本か。

2　xについての方程式 $7x - 3a = 4x + 2a$ の解が $x = 5$ であるとき，aの値を求めよ。

3　右の図は，3つの長方形と2つの合同な直角三角形でできた立体である。この立体の体積は何 cm^3 か。



4　28にできるだけ小さい自然数 n をかけて，その積がある自然数の2乗になるようにしたい。このとき，n の値を求めよ。

5　下の表は，平成27年から令和元年までのそれぞれの桜島降灰量を示したものである。次の $\boxed{}$ にあてはまるものを下の**ア**～**エ**の中から1つ選び，記号で答えよ。

令和元年の桜島降灰量は，$\boxed{}$ の桜島降灰量に比べて約47％多い。

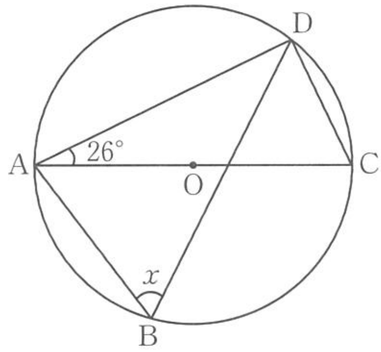
年	平成27年	平成28年	平成29年	平成30年	令和元年
桜島降灰量（g/m^2）	3333	403	813	2074	1193

（鹿児島県「桜島降灰量観測結果」から作成）

ア　平成27年　　**イ**　平成28年　　**ウ**　平成29年　　**エ**　平成30年

2 次の１～５の問いに答えなさい。

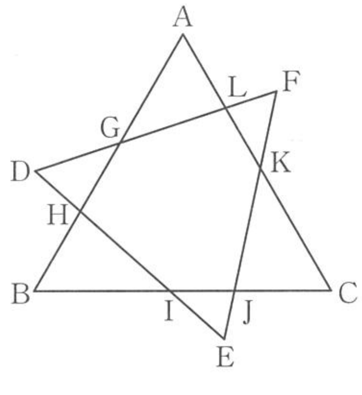
１　右の図において，４点Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｄは円Ｏの周上にあり，線分ＡＣは円Ｏの直径である。$\angle x$ の大きさは何度か。



２　大小２つのさいころを同時に投げるとき，出た目の数の和が10以下となる確率を求めよ。

３　$(x+3)^2-2(x+3)-24$ を因数分解せよ。

４　右の図において，正三角形ＡＢＣの辺と正三角形ＤＥＦの辺の交点をＧ，Ｈ，Ｉ，Ｊ，Ｋ，Ｌとするとき，$\triangle \mathrm{AGL} \backsim \triangle \mathrm{BIH}$ であることを証明せよ。



５　ペットボトルが５本入る１枚３円のＭサイズのレジ袋と，ペットボトルが８本入る１枚５円のＬサイズのレジ袋がある。ペットボトルが合わせてちょうど70本入るようにＭサイズとＬサイズのレジ袋を購入したところ，レジ袋の代金の合計は43円であった。このとき，購入したＭサイズとＬサイズのレジ袋はそれぞれ何枚か。ただし，Ｍサイズのレジ袋の枚数を x 枚，Ｌサイズのレジ袋の枚数を y 枚として，その方程式と計算過程も書くこと。なお，購入したレジ袋はすべて使用し，Ｍサイズのレジ袋には５本ずつ，Ｌサイズのレジ袋には８本ずつペットボトルを入れるものとし，消費税は考えないものとする。

3 　Aグループ20人とBグループ20人の合計40人について，ある期間に図書室から借りた本の冊数を調べた。このとき，借りた本の冊数が20冊以上40冊未満である16人それぞれの借りた本の冊数は以下のとおりであった。また，下の**表**は40人の借りた本の冊数を度数分布表に整理したものである。次の**1**～**3**の問いに答えなさい。

> 借りた本の冊数が20冊以上40冊未満である16人それぞれの借りた本の冊数
>
> 21，22，24，27，28，28，31，32，
>
> 32，34，35，35，36，36，37，38　(冊)

表

階級(冊)	度数(人)
以上　　未満	
0 ～ 10	3
10 ～ 20	5
20 ～ 30	$\boxed{\text{a}}$
30 ～ 40	10
40 ～ 50	$\boxed{\text{b}}$
50 ～ 60	7
計	40

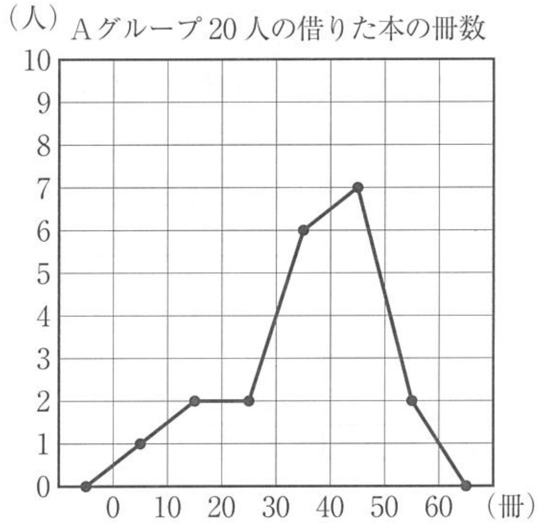
1　$\boxed{\text{a}}$，$\boxed{\text{b}}$ にあてはまる数を入れて**表**を完成させよ。

2　40人の借りた本の冊数の中央値を求めよ。

3　**図**は，Aグループ20人の借りた本の冊数について，度数折れ線をかいたものである。このとき，次の(1)，(2)の問いに答えよ。

(1)　Aグループ20人について，40冊以上50冊未満の階級の相対度数を求めよ。

図



(2)　借りた本の冊数について，AグループとBグループを比較したとき，<u>必ずいえる</u>ことを下の**ア**～**エ**の中からすべて選び，記号で答えよ。

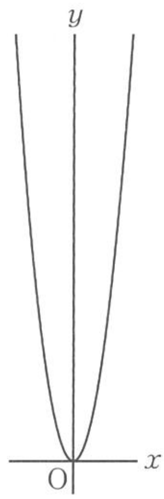
ア　0冊以上30冊未満の人数は，AグループよりもBグループの方が多い。

イ　Aグループの中央値は，Bグループの中央値よりも大きい。

ウ　**表**や**図**から読み取れる最頻値を考えると，AグループよりもBグループの方が大きい。

エ　AグループとBグループの度数の差が最も大きい階級は，30冊以上40冊未満の階級である。

4 以下の会話文は授業の一場面である。次の**1**～**3**の問いに答えなさい。



先　生：今日は放物線上の3点を頂点とした三角形について学びましょう。
その前にまずは練習問題です。右の図の関数 $y=2x^2$ のグラフ上に点Aがあり，点Aの x 座標が3のとき，y 座標を求めてみましょう。

ゆうき：y 座標は［ア］です。

先　生：そうですね。それでは，今日の課題です。

【課題】

> 関数 $y=2x^2$ のグラフ上に次のように3点A，B，Cをとるとき，△ABCの面積を求めよう。
> ・点Bの x 座標は点Aの x 座標より1だけ大きい。
> ・点Cの x 座標は点Bの x 座標より1だけ大きい。

たとえば，点Aの x 座標が1のとき，点Bの x 座標は2，点Cの x 座標は3ですね。

ゆうき：それでは私は点Aの x 座標が -1 のときを考えてみよう。このときの点Cの座標は［イ］だから…よしっ，面積がでた。

しのぶ：私は，直線ABが x 軸と平行になるときを考えてみるね。このときの点Cの座標は［ウ］だから…面積がでたよ。

先　生：お互いの答えを確認してみましょう。

ゆうき：あれ，面積が同じだ。

しのぶ：点Aの x 座標がどのような値でも同じ面積になるのかな。

ゆうき：でも三角形の形は違うよ。たまたま同じ面積になったんじゃないの。

先　生：それでは，同じ面積になるか，まずは点Aの x 座標が正のときについて考えてみましょう。点Aの x 座標を t とおいて，△ABCの面積を求めてみてください。

1　［ア］にあてはまる数を書け。

2　［イ］，［ウ］にあてはまる座標をそれぞれ書け。

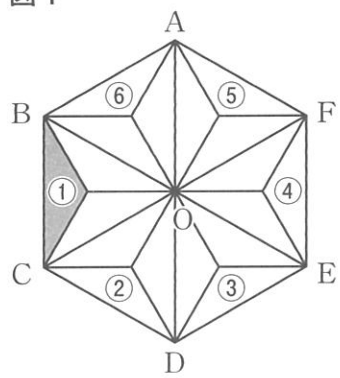
3　会話文中の下線部について，次の(1)，(2)の問いに答えよ。

(1)　点Cの y 座標を t を用いて表せ。

(2)　△ABCの面積を求めよ。ただし，求め方や計算過程も書くこと。
また，点Aの x 座標が正のとき，△ABCの面積は点Aの x 座標がどのような値でも同じ面積になるか，求めた面積から判断し，解答欄の「同じ面積になる」，「同じ面積にならない」のどちらかを◯で囲め。

5 下の**図1**は，「麻（あさ）の葉（は）」と呼ばれる模様の一部分であり，鹿児島県の伝統的工芸品である薩摩（さつま）切子（きりこ）にも使われている。また，図形ABCDEFは正六角形であり，図形①～⑥は合同な二等辺三角形である。次の**1**～**3**の問いに答えなさい。

図1



薩摩切子（さつまきりこ）

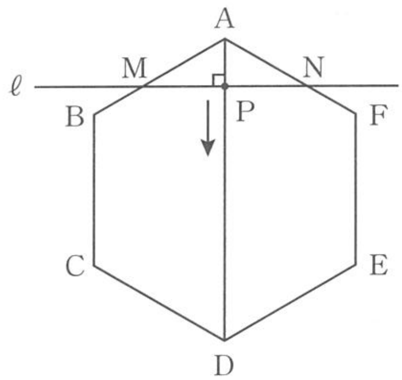
1 図形①を，点Oを回転の中心として180°だけ回転移動（点対称移動）し，さらに直線CFを対称の軸として対称移動したとき，重なる図形を②～⑥の中から，1つ選べ。

2 **図2**の線分ADを対角線とする正六角形ABCDEFを定規とコンパスを用いて作図せよ。ただし，作図に用いた線は残しておくこと。

図2

3 **図3**は，1辺の長さが4 cmの正六角形ABCDEFである。点Pは点Aを出発し，毎秒1 cmの速さで対角線AD上を点Dまで移動する。点Pを通り対角線ADに垂直な直線をℓとする。直線ℓと折れ線ABCDとの交点をM，直線ℓと折れ線AFEDとの交点をNとする。このとき，次の(1)～(3)の問いに答えよ。

図3



(1) 点Pが移動し始めてから1秒後の線分PMの長さは何cmか。

(2) 点Pが移動し始めてから5秒後の△AMNの面積は何cm²か。

(3) 点Mが辺CD上にあるとき，△AMNの面積が$8\sqrt{3}$ cm²となるのは点Pが移動し始めてから何秒後か。ただし，点Pが移動し始めてからt秒後のこととして，tについての方程式と計算過程も書くこと。

数 学 解 答 例

大 問	配 点		小 問	解 答 例
1	27点	3点	1(1)	27
		3点	(2)	$\frac{8}{15}$
		3点	(3)	$\sqrt{3}$
		3点	(4)	(時速) 12 (km)
		3点	(5)	6 (本)
		3点	2	(a =) 3
		3点	3	42 (cm^3)
		3点	4	(n =) 7
		3点	5	ウ
2	17点	3点	1	64 (度)
		3点	2	$\frac{11}{12}$
		3点	3	$(x-3)(x+7)$
		4点	4	4 の解答欄参照
		4点	5	5 の解答欄参照
3	12点	3点	1	a 6 b 9
		3点	2	35.5 (冊)
		3点	3(1)	0.35
		3点	(2)	ア，ウ
4	17点	3点	1	18
		3点	2イ	(1, 2)
		3点	2ウ	$\left(\frac{3}{2}, \frac{9}{2}\right)$
		3点	3(1)	$2(t+2)^2$
		5点	(2)	3(2) の解答欄参照
5	17点	3点	1	⑤
		4点	2	2 の解答欄参照
		3点	3(1)	$\sqrt{3}$ (cm)
		3点	(2)	$10\sqrt{3}$ (cm^2)
		4点	(3)	3(3) の解答欄参照

2 — 4

(証明)
△AGL と △BIH において
△ABC は正三角形だから，∠LAG = ∠HBI = 60° …①
　∠ALG＋∠AGL = 120° …②
△DEF は正三角形だから，∠GDH = 60°
　∠DGH＋∠DHG = 120° …③
対頂角は等しいから，∠AGL = ∠DGH …④
②，③，④より，∠ALG = ∠DHG …⑤
また，対頂角は等しいから，∠DHG = ∠BHI …⑥
⑤，⑥より，∠ALG = ∠BHI …⑦
①，⑦より，2組の角がそれぞれ等しいから
　△AGL ∽ △BIH

2 — 5

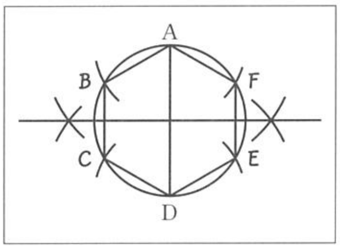
(式と計算)
$$\begin{cases} 5x+8y = 70 & \cdots① \\ 3x+5y = 43 & \cdots② \end{cases}$$
①×3　　$15x+24y = 210$
②×5　$-)\ 15x+25y = 215$
　　　　　$-y = -5$
　　　　　$y = 5$
$y = 5$ を①に代入して
$5x+40 = 70$
$5x = 30$
$x = 6$
(答) (M サイズのレジ袋) 6 (枚)，(L サイズのレジ袋) 5 (枚)

4 — 3(2)

(求め方や計算)
A(t, $2t^2$)，B($t+1$, $2(t+1)^2$)，C($t+2$, $2(t+2)^2$) である。
L(t, 0)，M($t+1$, 0)，N($t+2$, 0) とおくと
台形 ALNC の面積は $\frac{1}{2}\times\{2t^2+2(t+2)^2\}\times 2$ …①
台形 ALMB の面積は $\frac{1}{2}\times\{2t^2+2(t+1)^2\}\times 1$ …②
台形 BMNC の面積は $\frac{1}{2}\times\{2(t+1)^2+2(t+2)^2\}\times 1$ …③
△ABC の面積は①－(②＋③)より
$$\frac{1}{2}\{2t^2+2(t+2)^2\}\times 2-\frac{1}{2}\{2t^2+2(t+1)^2+2(t+1)^2+2(t+2)^2\}$$
$$= t^2+(t+2)^2-2(t+1)^2$$
$$= 2$$
(答) 2

同じ面積になる ・ 同じ面積にならない

5 — 2



5 — 3(3)

(式と計算)
AP = t (cm) である。
点 M が辺 CD 上にあるから，$6 \leqq t \leqq 8$
△MDP において，
DP = $8-t$ (cm)，DP:MP = 1:$\sqrt{3}$ より
MN = 2MP = $2\sqrt{3}(8-t)$ (cm)
△AMN の面積が $8\sqrt{3}$ (cm^2) であるから
$$2\sqrt{3}(8-t)\times t\times\frac{1}{2} = 8\sqrt{3}$$
$$t^2-8t+8 = 0$$
解の公式より　$t = \frac{8\pm4\sqrt{2}}{2}$
$= 4\pm2\sqrt{2}$
$6 \leqq t \leqq 8$ より $t = 4+2\sqrt{2}$
(答) $4+2\sqrt{2}$ (秒後)