

1~6の問題に対する解答用紙への記入上の留意点

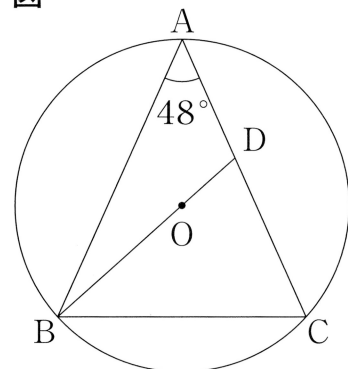
- ・ 答えが数または式の場合は、最も簡単な数または式にすること。
- ・ 答えに根号を使う場合は、 $\sqrt{\quad}$ の中を最も小さい整数にすること。

1

次の(1)~(9)に答えよ。

- (1) $7+2\times(-6)$ を計算せよ。
- (2) $3(2a+b)-2(4a-5b)$ を計算せよ。
- (3) $\frac{14}{\sqrt{2}}-\sqrt{32}$ を計算せよ。
- (4) 2次方程式 $(x+6)(x-5)=9x-10$ を解け。
- (5) 4枚の硬貨A, B, C, Dを同時に投げるとき、少なくとも1枚は表が出る確率を求めよ。
ただし、硬貨A, B, C, Dのそれぞれについて、表と裏が出ることは同様に確からしいとする。
- (6) 関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ について、 x の変域が $-4\leq x\leq 2$ のとき、 y の変域を求めよ。
- (7) 関数 $y=-\frac{6}{x}$ のグラフをかけ。
- (8) $\triangle ABC$ において、 $\angle A=90^\circ$, $AB=6\text{ cm}$, $BC=10\text{ cm}$ のとき、辺ACの長さを求めよ。
- (9) 図のように、円Oの円周上に3点A, B, Cを、 $AB=AC$ となるようにとり、 $\triangle ABC$ をつくる。線分BOを延長した直線と線分ACとの交点をDとする。
 $\angle BAC=48^\circ$ のとき、 $\angle ADB$ の大きさを求めよ。

図



2

紙飛行機の飛行距離を競う大会が行われる。この大会に向けて、折り方が異なる2つの紙飛行機A, Bをつくり、飛行距離を調べる実験をそれぞれ30回行った。

図1, 図2は、実験の結果をヒストグラムにまとめたものである。例えば、図1において、Aの飛行距離が6m以上7m未満の回数は3回であることを表している。

図1

(回)

Aの飛行距離

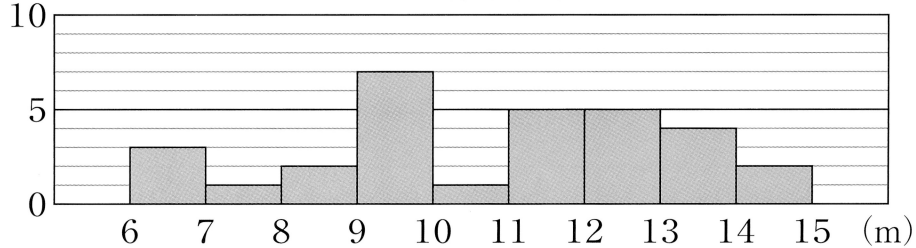
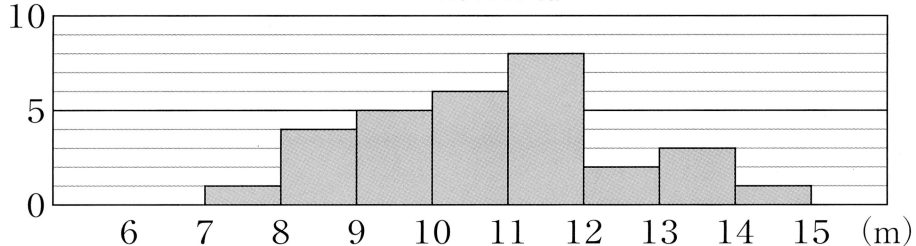


図2

(回)

Bの飛行距離



次の(1), (2)に答えよ。

- (1) 図1において、13 m以上 14 m未満の階級の相対度数を四捨五入して小数第2位まで求めよ。
- (2) 図1, 図2において、AとBの飛行距離の平均値が等しかったので、飛行距離の中央値と飛行距離の最頻値のどちらかを用いて(どちらを用いてもかまわない)、この大会でより長い飛行距離が出そうな紙飛行機を選ぶ。
このとき、AとBのどちらを選ぶか説明せよ。
説明する際は、中央値を用いる場合は中央値がふくまれる階級を示し、最頻値を用いる場合はその数値を示すこと。

3

孝さんと桜さんは、連続する2つの偶数の積に1を加えた数がどのような数になるか次のように調べた。

調べたこと

$$\left. \begin{array}{l} 2 \times 4 + 1 = 9 = 3^2 \\ 4 \times 6 + 1 = 25 = 5^2 \\ 6 \times 8 + 1 = 49 = 7^2 \end{array} \right\} \text{全て奇数の2乗になっている。}$$

調べたことから、次のように予想した。

予想

連続する2つの偶数の積に1を加えた数は、奇数の2乗になる。

次の(1)～(3)に答えよ。

(1) 予想がいつでも成り立つことの証明を完成させよ。

証明

連続する2つの偶数は、整数 m を用いると、

したがって、連続する2つの偶数の積に1を加えた数は、奇数の2乗になる。

(2) 孝さんと桜さんは、予想の「連続する2つの偶数」を「2つの整数」に変えても、それらの積に1を加えた数は、奇数の2乗になるか話し合った。次の会話は、そのときの内容の一部である。



例えば2つの整数が2と6だと、それらの積に1を加えると13だから、奇数の2乗にならないよ。

孝さん



1と3だと、それらの積に1を加えると4だから、奇数の2乗にならないけど、整数の2乗にはなるよ。



桜さん



本当だね。(A)の積に1を加えると、整数の2乗になるのかな。



文字を用いて考えてみようよ。



①(A)は、整数 n を用いると、 $n, n+2$ と表されるから、これを用いて計算すると、整数の2乗になることがわかるよ。

確かにそうだね。計算した式をみると、②(A)の積に1を加えると、(B)の2乗になるということもわかるね。



下線部②は、下線部①の n がどのような整数でも成り立つ。(A)、(B)にあてはまるものを、次のア～クからそれぞれ1つ選び、記号をかけ。

- | | |
|---------------|----------------|
| ア 連続する2つの奇数 | オ もとの2つの数の間の整数 |
| イ 異なる2つの奇数 | カ もとの2つの数の間の偶数 |
| ウ 和が4である2つの整数 | キ もとの2つの数の和 |
| エ 差が2である2つの整数 | ク もとの2つの数の差 |

(3) 次に、孝さんと桜さんは、連続する5つの整数のうち、異なる2つの数の積に1以外の自然数を加えた数が、整数の2乗になる場合を調べてまとめた。

まとめ

連続する5つの整数のうち、
(X)と(Y)の積に(P)を加えた数は、(Z)の2乗になる。

上のまとめはいつでも成り立つ。(X)、(Y)、(Z)にあてはまるものを、次のア～オからそれぞれ1つ選び、記号をかけ。また、(P)にあてはまる1以外の自然数を答えよ。

- ア 最も小さい数
- イ 2番目に小さい数
- ウ 真ん中の数
- エ 2番目に大きい数
- オ 最も大きい数

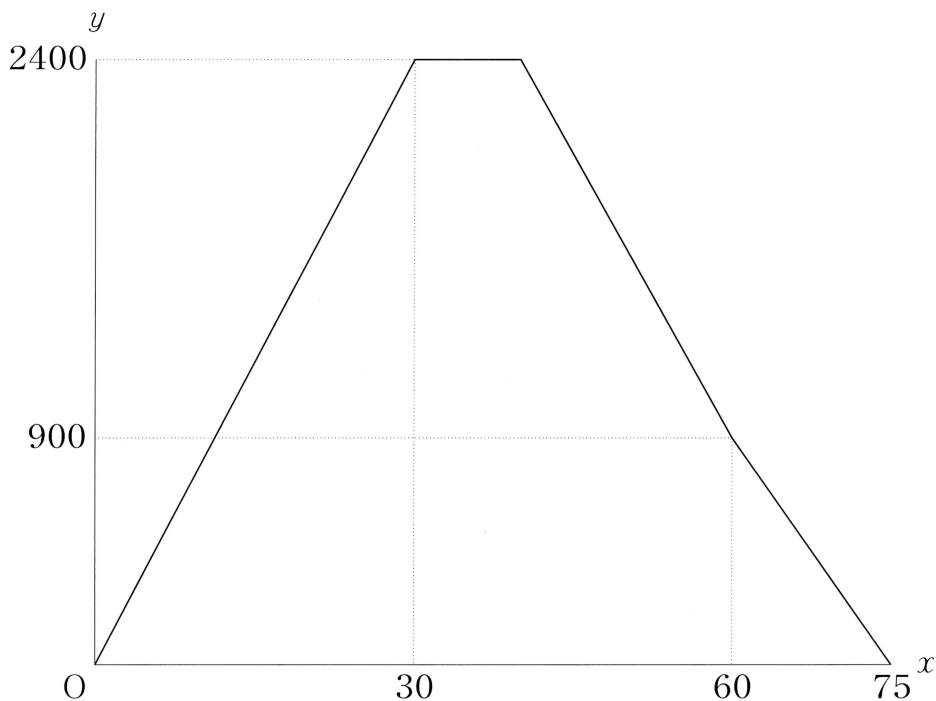
4

希さんの家，駅，図書館が，この順に一直線の道路沿いにあり，家から駅までは900m，家から図書館までは2400m離れている。

希さんは，9時に家を出発し，この道路を図書館に向かって一定の速さで30分間歩き図書館に着いた。図書館で本を借りた後，この道路を図書館から駅まで分速75mで歩き，駅から家まで一定の速さで15分間歩いたところ，10時15分に家に着いた。

図は，9時から x 分後に希さんが家から y m離れているとすると，9時から10時15分までの x と y の関係をグラフに表したものである。

図



次の(1)～(3)に答えよ。

- (1) 9時11分に希さんのいる地点は，家から駅までの間と，駅から図書館までの間のどちらであるかを説明せよ。

説明する際は， $0 \leq x \leq 30$ における x と y の関係を表す式を示し，解答欄の にあてはまるものを，次のア，イから選び，記号をかくこと。

- ア 家から駅までの間
イ 駅から図書館までの間

- (2) 希さんの姉は、借りていた本を返すために、9時より後に自転車で家を出発し、この道路を図書館に向かって分速200mで進んだところ、希さんが図書館を出発すると同時に図書館に着いた。

9時から x 分後に希さんの姉が家から y m離れているとすると、希さんの姉が家を出発してから図書館に着くまでの x と y の関係を表したグラフは、次の方法でかくことができる。

方法

希さんの姉が、家を出発したときの x と y の値の組を座標とする点をA、図書館に着いたときの x と y の値の組を座標とする点をBとし、それらを直線で結ぶ。

このとき、2点A、Bの座標をそれぞれ求めよ。

- (3) 希さんの兄は、10時5分に家を出発し、この道路を駅に向かって一定の速さで走り、その途中で希さんとすれちがい、駅に着いた。希さんの兄は、駅で友達と話し、駅に着いてから15分後に駅を出発し、この道路を家に向かって、家から駅まで走った速さと同じ一定の速さで走ったところ、10時38分に家に着いた。

希さんの兄と希さんがすれちがったのは、10時何分何秒か求めよ。

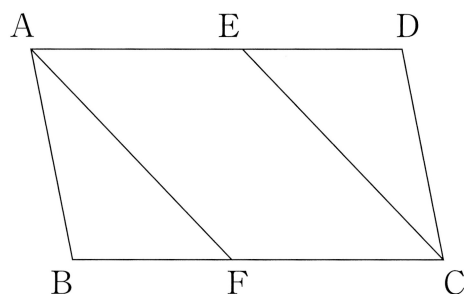
5

平行四辺形 $ABCD$ がある。

図 1 のように、線分 AD , BC 上に、点 E , F を、 $DE = BF$ となるようにそれぞれとり、点 A と点 F , 点 C と点 E をそれぞれ結ぶ。

このとき、四角形 $AFC E$ は平行四辺形である。

図 1



次の (1) ~ (3) に答えよ。

(1) 次は、図 1 における「四角形 $AFC E$ は平行四辺形である」ことの証明である。

証明

四角形 $ABCD$ は平行四辺形だから

ア $\underline{AE \parallel CF}$... ①

イ $\underline{AD = CB}$... ②

仮定から、ウ $\underline{DE = BF}$... ③

②, ③より、エ $\underline{AD - DE = CB - BF}$

よって、オ $\underline{AE = CF}$... ④

①, ④より、カ 1組の向かいあう辺が平行でその長さが等しいので
四角形 $AFC E$ は平行四辺形である。

図 2 は、図 1 における点 E , F を、線分 AD , CB を延長した直線上に $DE = BF$ となるようにそれぞれとったものである。

図 2

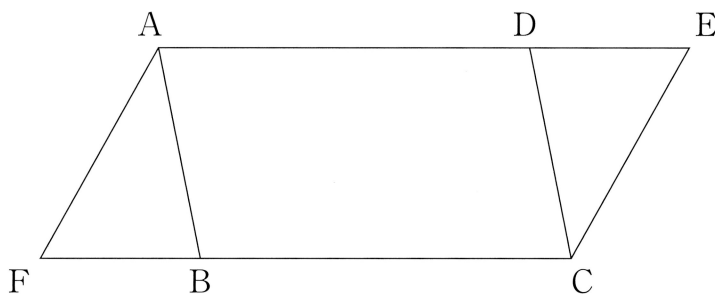


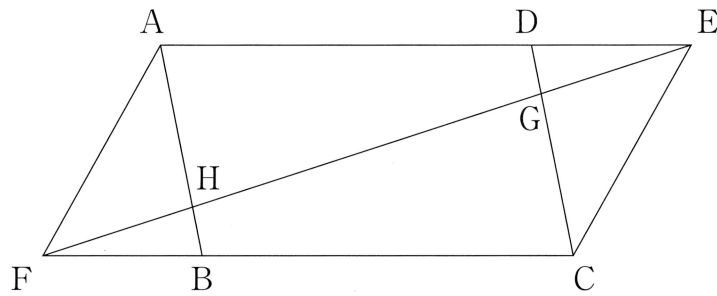
図 2 においても、四角形 $AFC E$ は平行四辺形である。このことは、上の証明の下線部ア~カのうち、いずれか 1 つをかき直すことで証明することができる。

上の証明を、図 2 における「四角形 $AFC E$ は平行四辺形である」ことの証明とするには、どの下線部をかき直せばよいか。ア~カから 1 つ選び、記号をかき、その下線部を正しくかき直せ。

- (2) 図3は、図2において、対角線EFと線分CD、線分ABとの交点をそれぞれG、Hとしたものである。

図3において、 $\triangle DGE \cong \triangle BHF$ であることを証明せよ。

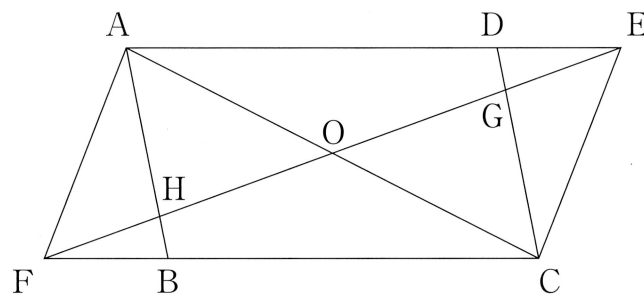
図3



- (3) 図4は、図3において、 $AD:DE = 3:1$ となる場合を表しており、対角線EFと対角線ACとの交点をOとしたものである。

平行四辺形AFCEの面積が 12 cm^2 のとき、四角形HBCOの面積を求めよ。

図4



6

図1は、正四角すいと直方体をあわせた形で、点A, B, C, D, E, F, G, H, Iを頂点とする立体を表している。BC=6 cm, BF=5 cmである。

図2は、図1に示す立体において、辺BF上に点Pを、BP=2 cmとなるようにとり、点P, H, E, Cを頂点とする四面体PHECをつくったものである。

図1

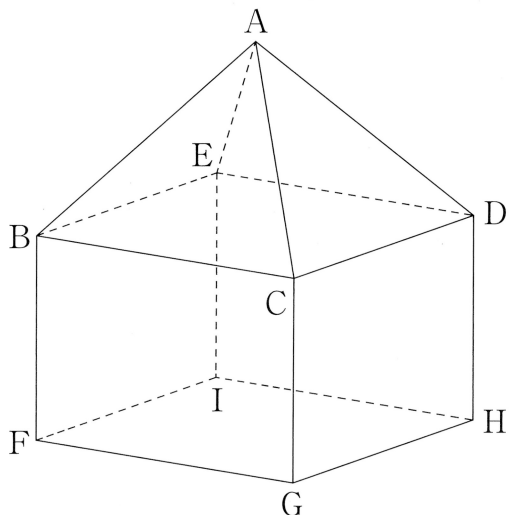
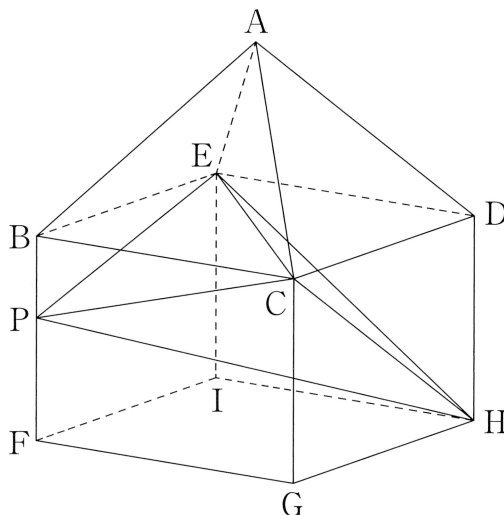


図2



次の(1)~(3)に答えよ。

- (1) 図1に示す立体において、次の□の中の①~③の全てにあてはまる辺を答えよ。

- | |
|--|
| ① 辺ABとねじれの位置にある辺
② 面BFIEと垂直である辺
③ 面FGHIと平行である辺 |
|--|

- (2) 図1に示す立体において、辺AD, AE上にそれぞれ点J, Kを、 $AJ:JD=1:2$, $AK:KE=1:2$ となるようにとり、点Jから辺FGに垂線をひき、辺FGとの交点をLとする。

四角形KFGJの面積が $16\sqrt{5} \text{ cm}^2$ のとき、線分JLの長さを求めよ。

- (3) 図2に示す立体において、四面体PHECの体積を求めよ。

3.3 数学 正答及び配点

1	(1)	-5	(7)	
	(2)	$-2a+13b$		
	(3)	$3\sqrt{2}$		
	(4)	$x=10, x=-2$		
	(5)	$\frac{15}{16}$	(8)	8 cm
	(6)	$0 \leq y \leq 8$	(9)	108 °

※ (配点)

2	
2	2
2	
2	2
2	2

※ (小計)

18

2	(1)	0.13
	(2)	<p>(説明)</p> <p>(例 1) 飛行距離の中央値がふくまれる階級は、Aが11 m以上12 m未満で、Bが10 m以上11 m未満であり、中央値はAの方がBより大きいので、Aを選ぶ。</p> <p>(例 2) 飛行距離の最頻値は、Aが9.5mで、Bが11.5mであり、最頻値はBの方がAより大きいので、Bを選ぶ。</p>

※ (配点)

2
3

※ (小計)

5

3	(1)	<p>(証明) 連続する2つの偶数は、整数mを用いると、 (例) 小さい方の数が2m、大きい方の数が2m+2と表される。 連続する2つの偶数の積に1を加えた数は、 $2m(2m+2)+1=4m^2+4m+1$ $= (2m+1)^2$ mは整数だから、2m+1は奇数である。</p> <p>したがって、連続する2つの偶数の積に1を加えた数は、奇数の2乗になる。</p>							
	(2)	A	E	B	オ				
	(3)	X	ア	Y	オ	Z	ウ	(P)	4

※ (配点)

4	
1	1
3全解	

※ (小計)

9

※ 3 (3)については、「ア」と「オ」は、順不同

4	(説明)		
	(例)	$0 \leq x \leq 30$ における式は, $y = 80x$ である。 この式に $x = 11$ を代入すると, $y = 80 \times 11 = 880$ で, $880 < 900$ である。	
	(1)	したがって, 9時11分に希さんのいる地点は, ア である。	
(2)	A (28 , 0)	B (40 , 2400)	
(3)	10時 8 分 45 秒		

※ (配点)

2
3 両解
4

※ (小計)

9

5	(1)	記号	工	(解答)	$AD + DE = CB + BF$
	(2)	(証明) (例) $\triangle DGE$ と $\triangle BHF$ において 仮定から, $DE = BF$... ① 平行線の錯角は等しいから, $AE \parallel CF$ より $\angle GED = \angle HFB$... ② $\angle EDG = \angle FCD$... ③ 平行線の同位角は等しいから, $CD \parallel AB$ より $\angle FCD = \angle FBH$... ④ ③, ④より, $\angle EDG = \angle FBH$... ⑤ ①, ②, ⑤より 1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので $\triangle DGE \equiv \triangle BHF$			
	(3)		$\frac{27}{10}$	cm^2	

※ (配点)

2 両解
5
4

※ (小計)

11

※ (配点)

2	2
4	

※ (小計)

6	(1)	辺	DE	(2)	$4\sqrt{5}$	cm
	(3)		42			cm^3

8

受検番号

※ (合計)

得点	60
----	----