

第 1 日

数 学

(11 : 50 ~ 12 : 40)

注 意

- 1 検査開始のチャイムがなるまで開いてはいけません。
- 2 問題用紙の1ページから10ページに、問題が□1から□6まであります。
これとは別に解答用紙が1枚あります。
- 3 問題用紙と解答用紙に受検番号を書きなさい。
- 4 答えはすべて解答用紙に記入しなさい。

受検番号	第	番
------	---	---

1 次の(1)～(8)に答えなさい。

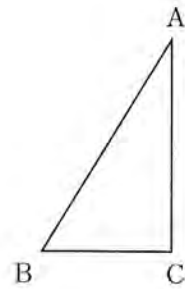
(1) $6 - 5 - (-2)$ を計算しなさい。

(2) $a = 4$ のとき, $6a^2 \div 3a$ の値を求めなさい。

(3) $\sqrt{2} \times \sqrt{6} + \frac{9}{\sqrt{3}}$ を計算しなさい。

(4) 方程式 $x^2 + 5x - 6 = 0$ を解きなさい。

- (5) 右の図のように、 $BC = 3\text{ cm}$ 、 $AC = 5\text{ cm}$ 、 $\angle BCA = 90^\circ$ の直角三角形 ABC があります。直角三角形 ABC を、辺 AC を軸として 1 回転させてできる立体の体積は何 cm^3 ですか。ただし、円周率は π とします。



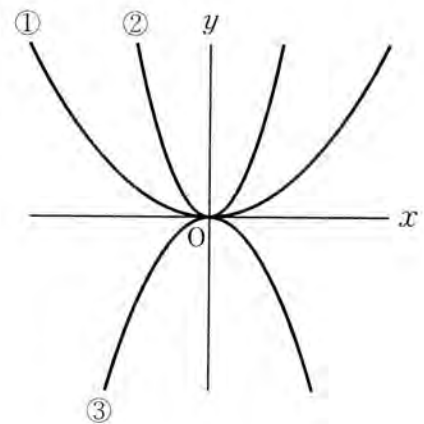
- (6) 2点 $A(1, 7)$ 、 $B(3, 2)$ の間の距離を求めなさい。

- (7) 右の図の ①～③ の放物線は、下のア～ウの関数のグラフですか。ア～ウの中から選び、その記号をそれぞれ書きなさい。

ア $y = 2x^2$

イ $y = \frac{1}{3}x^2$

ウ $y = -x^2$

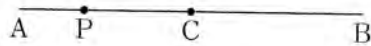


- (8) 数字を書いた 4 枚のカード、 $\boxed{1}$ 、 $\boxed{2}$ 、 $\boxed{3}$ 、 $\boxed{4}$ が袋 A の中に、数字を書いた 3 枚のカード、 $\boxed{1}$ 、 $\boxed{2}$ 、 $\boxed{3}$ が袋 B の中に入っています。それぞれの袋からカードを 1 枚ずつ取り出すとき、その 2 枚のカードに書いてある数の和が 6 以上になる確率を求めなさい。

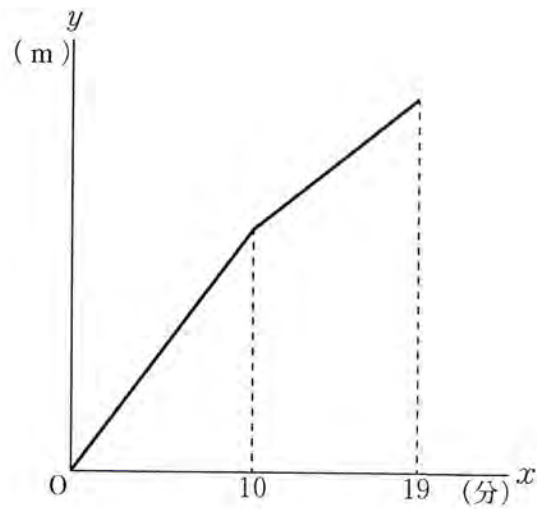
2 次の(1)～(3)に答えなさい。

(1) $4 < \sqrt{a} < \frac{13}{3}$ に当てはまる整数 a の値を全て求めなさい。

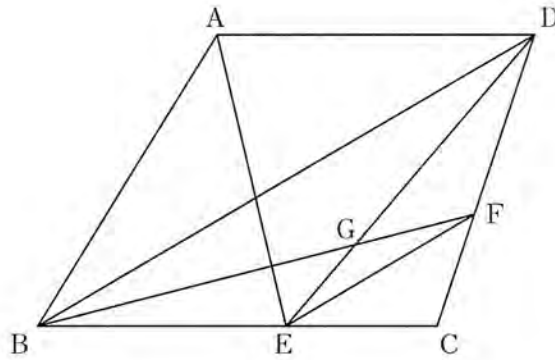
(2) 下の図のように、線分 AB 上に点 C があり、 $AC = CB = 3\text{ cm}$ です。線分 AC 上に点 P をとります。このとき、 AP を 1 辺とする正方形の面積と PB を 1 辺とする正方形の面積の和は、 PC を 1 辺とする正方形の面積と CB を 1 辺とする正方形の面積の和の 2 倍に等しくなります。このことを、線分 AP の長さを $x\text{ cm}$ として、 x を使った式を用いて説明しなさい。ただし、点 P は点 A, C と重ならないものとしします。



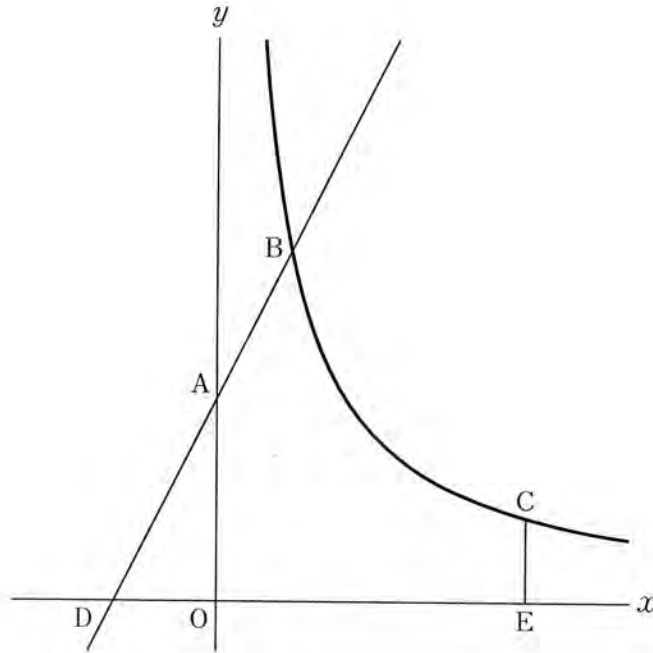
- (3) Aさんは駅を出発し、初めの10分間は平らな道を、そのあとの9分間は坂道を歩いて図書館に行きました。下の図は、Aさんが駅を出発してから x 分後の駅からの距離を y m とし、 x と y の関係をグラフに表したもので、 $10 \leq x \leq 19$ のときの y を x の式で表すと $y = 40x + 280$ です。Bさんは、Aさんが駅を出発した8分後に自転車で駅を出発し、Aさんと同じ道を通って、平らな道、坂道ともに分速160mで図書館に行きました。Bさんはその途中でAさんに追いつきました。BさんがAさんに追いついたのは、駅から何mのところですか。



- 3 下の図のように、 $AD \parallel BC$ の台形 $ABCD$ があります。辺 BC 上に点 E 、辺 CD 上に点 F を、 $BD \parallel EF$ となるようにとります。また、線分 BF と線分 ED との交点を G とします。 $BG : GF = 5 : 2$ となるとき、 $\triangle ABE$ の面積 S と $\triangle GEF$ の面積 T の比を、最も簡単な整数の比で表しなさい。



- 4 下の図のように、 y 軸上に点 $A(0, 5)$ があり、関数 $y = \frac{a}{x}$ のグラフ上に、 y 座標が 5 より大きい範囲で動く点 B と y 座標が 2 である点 C があります。直線 AB と x 軸との交点を D とします。また、点 C から x 軸に垂線を引き、 x 軸との交点を E とします。ただし、 $a > 0$ とします。

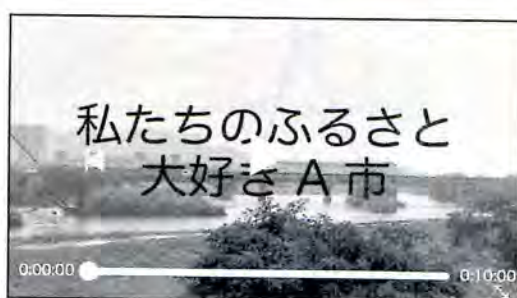


次の (1)・(2) に答えなさい。

- (1) $a = 8$ のとき、点 C の x 座標を求めなさい。
- (2) $DA = AB$, $DE = 9$ となるとき、 a の値を求めなさい。

- 5 A市役所で働いている山本さんと藤井さんは、動画を活用した広報活動を担当しています。山本さんたちは、A市の動画の再生回数を増やすことで、A市の魅力をより多くの人に知ってもらいたいと考えています。そこで、インターネット上に投稿した動画が人気となっているA市出身のXさんとYさんとZさんのうちの1人に、A市の新しい動画の作成を依頼しようとしています。

山本「A市が先月投稿した動画の再生回数は、今はどれくらいになっているかな？」
 藤井「先ほど確認したところ、今は1200回くらいになっていました。新しい動画では再生回数をもっと増やしたいですね。」
 山本「そうだよね。Xさん、Yさん、Zさんの誰に動画の作成を依頼したらいいかな。」
 藤井「まずは、3人が投稿した動画の再生回数がどれくらいなのかを調べましょう。」



A市が先月投稿した動画の画面

次の(1)・(2)に答えなさい。

- (1) 藤井さんは、Xさん、Yさん、Zさんが投稿した動画のうち、それぞれの直近50本の動画について再生回数を調べ、下の【資料I】にまとめ、山本さんと話をしています。

【資料I】再生回数の平均値、最大値、最小値

	平均値(万回)	最大値(万回)	最小値(万回)
Xさん	16.0	22.6	10.2
Yさん	19.2	27.8	10.7
Zさん	19.4	29.3	10.3

藤井「【資料I】から、Xさんの再生回数の平均値は、Yさん、Zさんよりも3万回以上少ないことが分かりますね。」

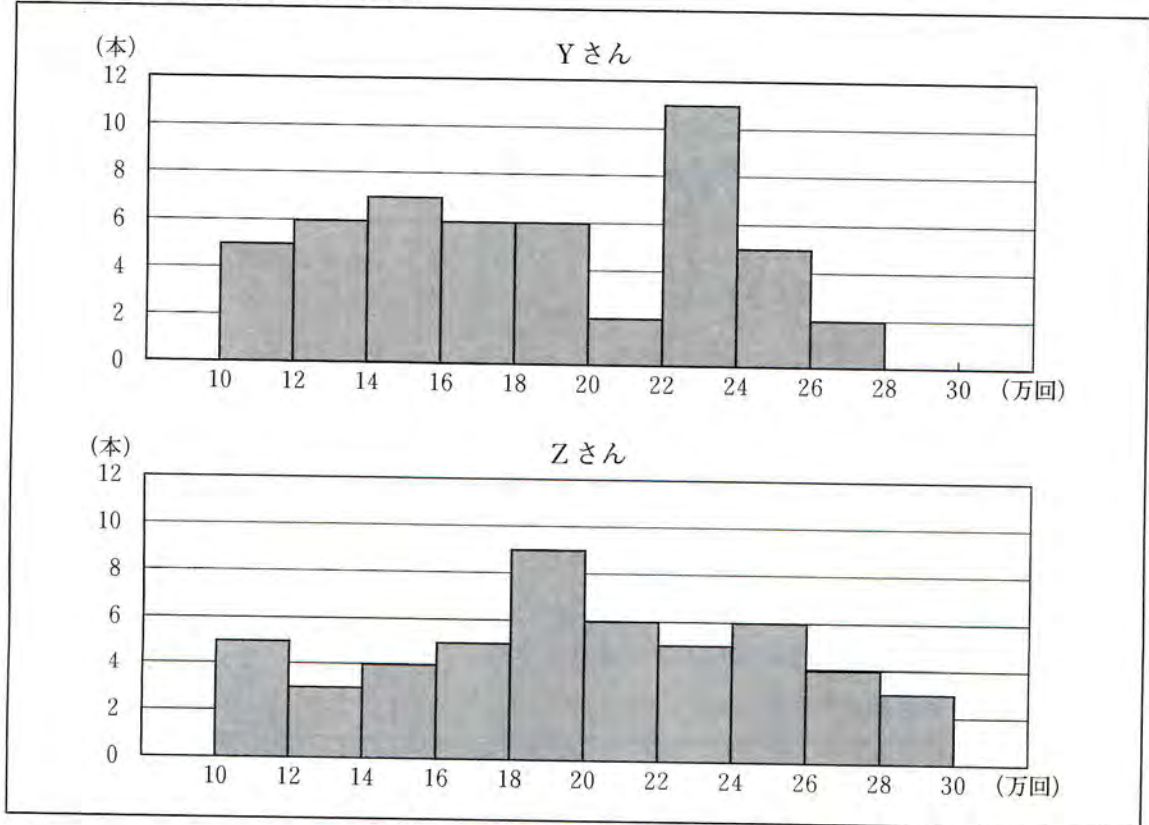
山本「そうだね。それと、①Xさんについては、再生回数の範囲も、Yさん、Zさんよりも小さいね。」

下線部①について、Xさんの再生回数の範囲として適切なものを、下のア～エの中から選び、その記号を書きなさい。

- ア 5.8万回 イ 6.6万回 ウ 12.4万回 エ 32.8万回

(2) 山本さんたちは、(1)の【資料Ⅰ】の分析から、A市の新しい動画の作成をYさんかZさんに依頼することになりました。さらに分析をするために、Yさん、Zさんが投稿した動画のうち、直近50本の動画の再生回数のヒストグラムを作成し、下の【資料Ⅱ】にまとめました。【資料Ⅱ】のヒストグラムでは、例えば、直近50本の動画の再生回数が10万回以上12万回未満であった本数が、Yさん、Zさんとも5本ずつあったことを表しています。

【資料Ⅱ】再生回数のヒストグラム



A市の動画の再生回数を増やすために、A市の新しい動画の作成を、あなたなら、YさんとZさんのどちらに依頼しますか。また、その人に依頼する理由を、【資料Ⅱ】のYさんとZさんのヒストグラムを比較して、そこから分かる特徴を基に、数値を用いて説明しなさい。

- 6 中学生の航平さんは、「三角形の3つの辺に接する円の作図」について、高校生のお兄さんの啓太さんと話をしています。

航平「数学の授業で、先生から、これまで学習したことを用いると、三角形の3つの辺に接する円を作図できると聞いたんだけど、どうやったら作図できるんだろう。」

啓太「①角の二等分線の作図と②垂線の作図の方法を知っていれば、その円を作図できるよ。」

航平「その2つの方法は習ったし、角の二等分線の作図の方法が正しいことも証明したよ。」

啓太「そうなんだね。実は、三角形の2つの角の二等分線の交点が、その円の中心になるんだよ。三角形の3つの辺に接する円の作図には、いろいろな図形の性質が用いられているから、作図をする際には振り返るといいよ。」

次の(1)～(3)に答えなさい。

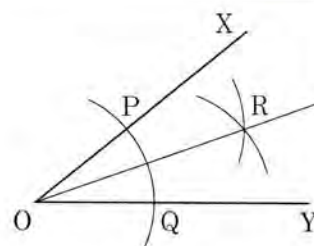
- (1) 下線部①について、航平さんは、下の【角の二等分線の作図の方法】を振り返りました。

【角の二等分線の作図の方法】

[1] 点Oを中心とする円をかき、半直線OX, OYとの交点を、それぞれP, Qとする。

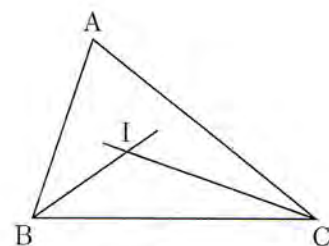
[2] 2点P, Qを、それぞれ中心として、同じ半径の円をかき、その交点の1つをRとする。

[3] 半直線ORを引く。



【角の二等分線の作図の方法】において、作図した半直線ORが $\angle XOY$ の二等分線であることを、三角形の合同条件を利用して証明しなさい。

- (2) 下線部②について、航平さんは、右の図の $\triangle ABC$ において、 $\angle ABC$, $\angle ACB$ の二等分線をそれぞれ引き、その交点をIとしました。そして、下の【手順】によって点Iから辺BCに垂線を引きました。



【手順】

[1] を中心として、 を半径とする円をかき。

[2] を中心として、 を半径とする円をかき。

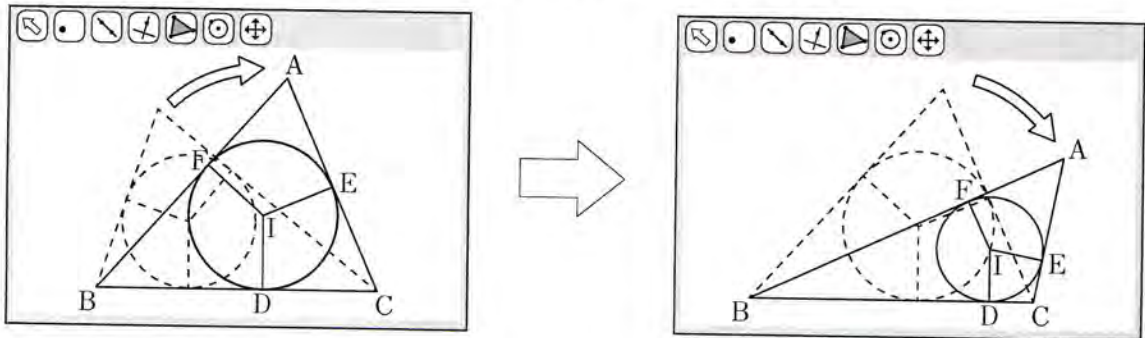
[3] [1], [2] でかいた円の交点のうち、Iではない方をJとする。

[4] 2点I, Jを通る直線を引く。

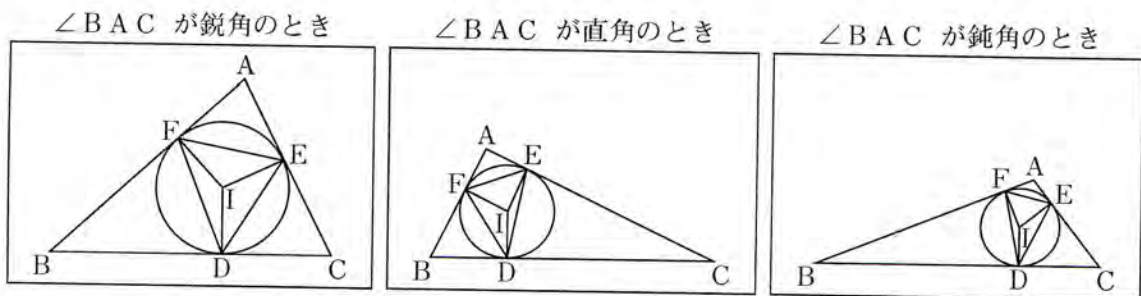
【手順】の ・ に当てはまる点をそれぞれ答えなさい。また、・ に当てはまる線分をそれぞれ答えなさい。

航平さんは、点Iから辺BCに引いた垂線と辺BCとの交点をDとしました。同じようにして、点Iから辺CA、ABにも垂線を引き、辺CA、ABとの交点をそれぞれE、Fとしました。そして、角の二等分線の性質から $ID = IE = IF$ であり、点Iを中心とし、IDを半径とする円が、円の接線の性質から $\triangle ABC$ の3つの辺に接する円であることが分かりました。

- (3) さらに、航平さんは、コンピュータを使って $\triangle ABC$ の3つの辺に接する円をかき、下の図のように、辺BCをそのままにして点Aを動かし、 $\triangle ABC$ をいろいろな形の三角形に変え、いつでも成り立ちそうなことについて調べました。



航平さんは、下の図のように、 $\angle BAC$ の大きさを、鋭角、直角、鈍角と変化させたときの $\triangle DEF$ に着目しました。



航平さんは、 $\triangle ABC$ がどのような三角形でも、 $\triangle DEF$ が鋭角三角形になるのではないだろうかと考え、それがいつでも成り立つことを、下のように説明しました。

【航平さんの説明】

$\angle BAC = \angle x$ とするとき、 $\angle FDE$ を、 $\angle x$ を用いて表すと、 $\angle FDE = \boxed{\text{オ}}$ と表せる。これより、 $\angle FDE$ は、 $\boxed{\text{カ}}^\circ$ より大きく $\boxed{\text{キ}}^\circ$ より小さいことがいえるから、鋭角である。同じようにして、 $\angle DEF$ 、 $\angle EFD$ も鋭角である。よって、 $\triangle ABC$ がどのような三角形でも、 $\triangle DEF$ は鋭角三角形になる。

【航平さんの説明】の $\boxed{\text{オ}}$ に当てはまる式を、 $\angle x$ を用いて表しなさい。また、 $\boxed{\text{カ}} \cdot \boxed{\text{キ}}$ に当てはまる数をそれぞれ求めなさい。

数 学 解 答 用 紙

得
点

- (1) 3
 (2) 8
 (3) $5\sqrt{3}$
 (4) $x = -6.1$
 (5) $15\pi \text{ cm}^2$
 (6) $\sqrt{29}$
 (7) ① 1 ② 9 ③ 7
 (8) $\frac{1}{7}$

- (1) 17, 18
 APを1辺とする正方形の面積は $x^2 \text{ cm}^2$ ①
 PBを1辺とする正方形の面積は
 $(6-x)^2 = x^2 - 12x + 36 \text{ (cm}^2\text{)} \dots ②$
 ①, ②より, APを1辺とする正方形の面積とPBを
 1辺とする正方形の面積の和は
 $x^2 + x^2 - 12x + 36$
 $= 2x^2 - 12x + 36 \dots ③$
 (2) PCを1辺とする正方形の面積は
 $(3-x)^2 = x^2 - 6x + 9 \text{ (cm}^2\text{)} \dots ④$
 (例) CBを1辺とする正方形の面積は $9 \text{ cm}^2 \dots ⑤$
 ④, ⑤より, PCを1辺とする正方形の面積と
 CBを1辺とする正方形の面積の和の2倍は
 $(x^2 - 6x + 9 + 9) \times 2$
 $= 2x^2 - 12x + 36 \dots ⑥$
 ③, ⑥より, APを1辺とする正方形の面積とPBを
 1辺とする正方形の面積の和は, PCを1辺とする
 正方形の面積とCBを1辺とする正方形の面積の
 和の2倍に等しくなる。
 (3) 800 m

③ $s : r = 35 : 4$

- (1) 4
 (2) 15
 (1) 7

解答例01
 私は、(Y) さんに依頼する。(例)
 (理由)
 再生回数の最頻値に着目すると、Yさんは23万回、Zさんは19万回なので、Yさんが作成する動画の方が、Zさんが作成する動画より再生回数が多くなるであろう。だから、Yさんに依頼する。

解答例02
 私は、(Z) さんに依頼する。(例)
 (理由)
 再生回数が18万回以上の階級の度数の合計に着目すると、Yさんは26本、Zさんは33本なので、Zさんが作成する動画の方が、Yさんが作成する動画より再生回数が多くなるであろう。だから、Zさんに依頼する。

(証明)(例)
 点Pと点R、点Qと点Rをそれぞれ結ぶ
 $\triangle POR$ と $\triangle QOR$ において
 $OP = OQ \dots ①$
 $PR = QR \dots ②$
 (1) 共通な辺があるから
 $OR = OR \dots ③$
 ①, ②, ③より, 3組の辺がそれぞれ等しいから
 $\triangle POR \cong \triangle QOR$
 合同な図形の対応する角は等しいから
 $\angle POR = \angle QOR$
 LだからORは $\angle XOY$ の二等分線である。

- (2) ア B
 イ BI
 ウ C
 エ CI
 オ $90^\circ - \frac{1}{2} \angle X$
 (3) カ 0
 キ 90