令和３年度　島根県立高校

数　学

注意　$\sqrt{\ }$ や円周率 π が必要なときは，およその値を用いないで $\sqrt{\ }$ や π のままで答えること

【第１問題】 次の問１〜問10に答えなさい。

問１　$4 - 12 \div 2$　を計算しなさい。

問２　方程式　$x^2 + 8x + 12 = 0$　を解きなさい。

問３　連立方程式　$\begin{cases} 3x - 2y = 0 \\ 2x + y = 7 \end{cases}$　を解きなさい。

問４　100 g あたり a 円の牛肉を300 g と，100 g あたり b 円の豚肉を500 g 買ったときの代金の合計が1685円だった。この数量の関係を等式で表しなさい。ただし，すべての金額は消費税を含んでいるものとする。

問５　$\sqrt{8} - \dfrac{2}{\sqrt{2}}$　を計算しなさい。

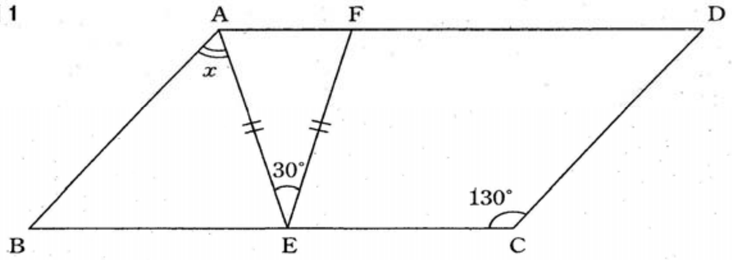
問６　次のア〜エの数の中で絶対値が最も大きいものを１つ選び，記号で答えなさい。

ア　2	イ　$\sqrt{3}$	ウ　$-\dfrac{7}{3}$	エ　0

問７　y は x に反比例し，$x = -4$ のとき $y = 2$ である。x と y の関係を式に表しなさい。

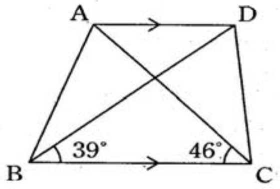
問８　図１のような平行四辺形ABCDにおいて，辺BC上に点E，辺AD上に点Fを，AE＝EF，∠AEF＝30°となるようにとる。∠x の大きさを求めなさい。

図１



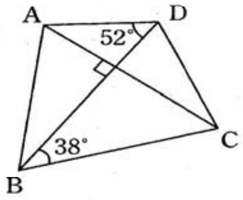
問9　次の**ア**〜**ウ**の四角形ABCDのうち，４点A，B，C，Dが１つの円周上にあるものを**１つ**選び，記号で答えなさい。

ア



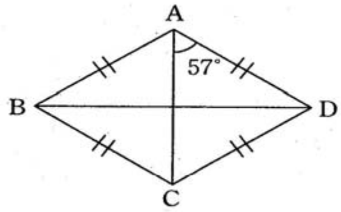
AD∥BC

イ



AC⊥BD

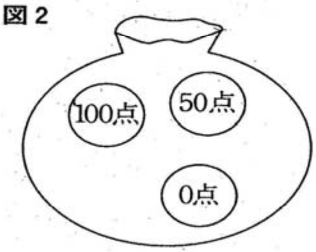
ウ



AB＝BC＝CD＝DA

問10　**図２**のように100点，50点，０点と書いてある３個の玉が入った袋がある。袋の中から１個の玉を取り出して点数を調べて袋の中に戻し，もう一度１個の玉を取り出して点数を調べる。取り出した玉に書いてある点数の合計が50点以下になる確率を求めなさい。ただし，どの玉が取り出されることも同様に確からしいものとする。

図２



【第２問題】　次の**問１**，**問２**に答えなさい。

問１　１班と２班のそれぞれ10人に対してテストを実施したところ，点数が**表**のようになった。ただし，点数は**条件１**を満たす。下の**１**〜**３**に答えなさい。

表　テストの点数（点）

１班	2	4	1	3	1	1	10	8	6	4
２班	1	3	10	2	6	5	a	2	a	3

条件１
- 点数は０点以上，10点以下の整数である。
- **表**中の a は同じ点数である。
- ２班10人の点数の平均値は5.0点である。

１　１班10人の点数について，次の(1)，(2)に答えなさい。

(1)　中央値を求めなさい。

(2)　平均値を求めなさい。

２　**表**中の点数 a の値を求めなさい。

３　次の**条件２**を満たすように，１班の x 点の生徒１人と２班の y 点の生徒１人を入れかえた。このとき，x，y の値を求めなさい。

条件２
- １班10人の点数の平均値と２班10人の点数の平均値を等しくする。
- １班10人の点数の中央値を，生徒を入れかえる前より大きくする。

問2　1，4，7，10，13，16，… のように1から3ずつ増える整数を図のように並べていく。下の**1**，**2**に答えなさい。

図

	1列目	2列目	3列目	4列目	5列目
1行目	1	4	7	10	13
2行目	16	19	22	25	28
3行目	31	34	37	40	43
⋮	…	…	…	…	…

1　太郎さんは，**図**の2行目の5つの数の和を計算し，

$$16 + 19 + 22 + 25 + 28 = 110 = 5 \times 22$$

となった結果から，次のことが成り立つと**予想**した。

予想　「各行の5つの数の和は，その行の3列目の数の5倍である。」

このことを，花子さんが，次のように説明した。 ア ， イ に適する式を書きなさい。また， ウ にその説明の続きを書き，**説明**を完成させなさい。

説明

ある行の1列目の整数を n とすると，5つの数は小さい順に

n， ア ，$n + 6$，$n + 9$， イ

と表せるわね。だから，

ウ

したがって，

「各行の5つの数の和は，その行の3列目の数の5倍である。」

という予想は正しそうね。

2　20行目の5つの数の和を求めなさい。

【第３問題】 Ａ中学校とＢ中学校には吹奏楽部があり，それぞれの中学校では毎月，活動費を支給する。ただし，中学校によって活動費の決め方は異なり，その決め方をまとめたものが，次の**表**である。

表

	基本支給額	**部員数によって決まる支給額**（部員１人あたり）
Ａ中学校	$\boxed{\text{ア}}$円	$\boxed{\text{イ}}$円
Ｂ中学校	1000円	20人までは200円，20人を超えてからは50円

活動費は，**基本支給額**と**部員数によって決まる支給額**の合計であり，**基本支給額**は，部員数が０人であっても必ず支給される。

例えば，Ｂ中学校については，ある月の部員数が100人のとき，**基本支給額**が1000円であり，**部員数によって決まる支給額**は20人までは１人あたり200円で，残りの80人は１人あたり50円である。したがって，その月の活動費を求める式は，

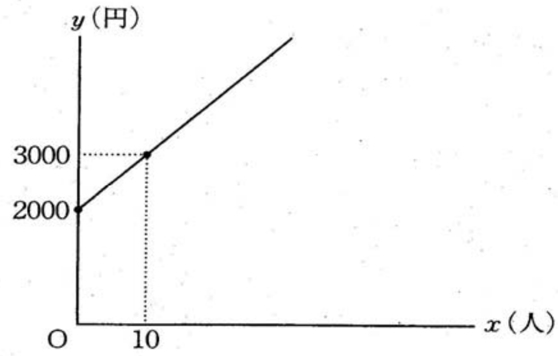
$$1000 + 200 \times 20 + 50 \times 80$$

であり，これを計算すると，活動費は9000円になる。

活動費と部員数の関係を一次関数を用いて考える。

図１は，Ａ中学校の吹奏楽部の部員数をx人，活動費をy円としたときのxとyの関係をグラフで表したものである。下の**問１**～**問４**に答えなさい。

図１



問1　図1のグラフを利用して，表中の $\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イ}}$ にあてはまる値を求めなさい。

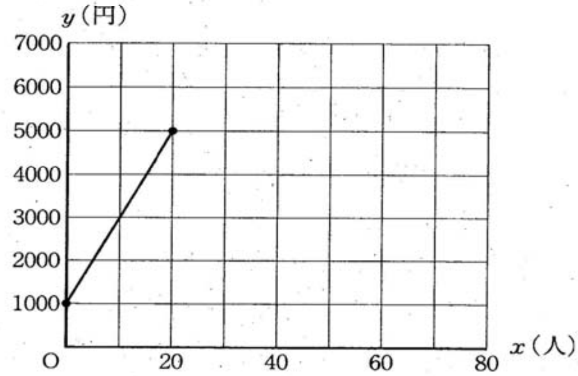
問2　A中学校の吹奏楽部の部員数が50人であったとき，その月の活動費を求めなさい。

問3　**図2**は，B中学校の吹奏楽部の部員数を x 人，活動費を y 円としたとき，$0 \leqq x \leqq 20$ のときの x と y の関係をグラフで表したものである。次の**1**，**2**に答えなさい。

1　$x \geqq 20$ のときの x と y の関係を表す式を求めなさい。

2　$x \geqq 20$ のときの x と y の関係を表すグラフを，**図2**にかき加えなさい。

図2



問4　A中学校とB中学校の吹奏楽部について，次の**1**，**2**に答えなさい。

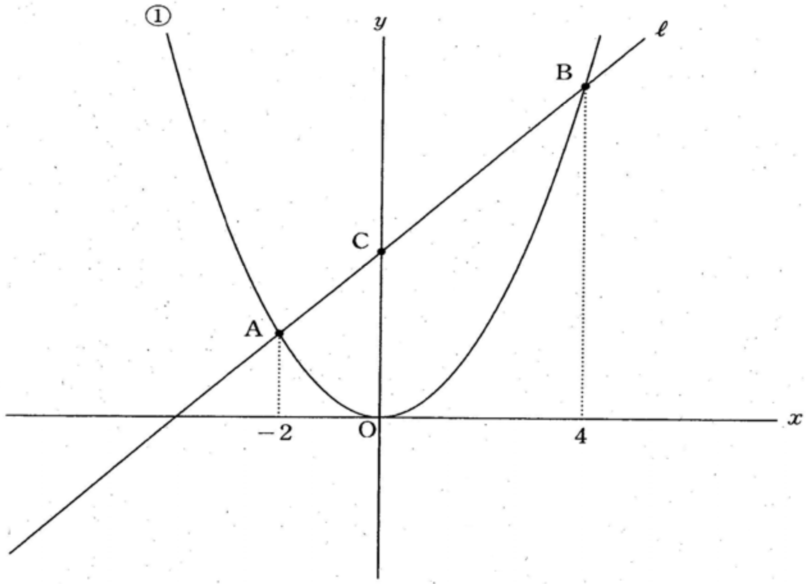
1　活動費が等しく，部員数も等しくなる場合が2通りある。その2通りの部員数を求めなさい。

2　活動費が等しく，部員数の差が20人となるときの活動費を求めなさい。

【第4問題】　関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ … ① のグラフ上に2点A，Bがあり，その x 座標はそれぞれ -2，4である。次の**問1**，**問2**に答えなさい。

問1　**図1**のように，2点A，Bを通る直線を ℓ とし，ℓ と y 軸との交点をCとする。下の**1**～**3**に答えなさい。

図1



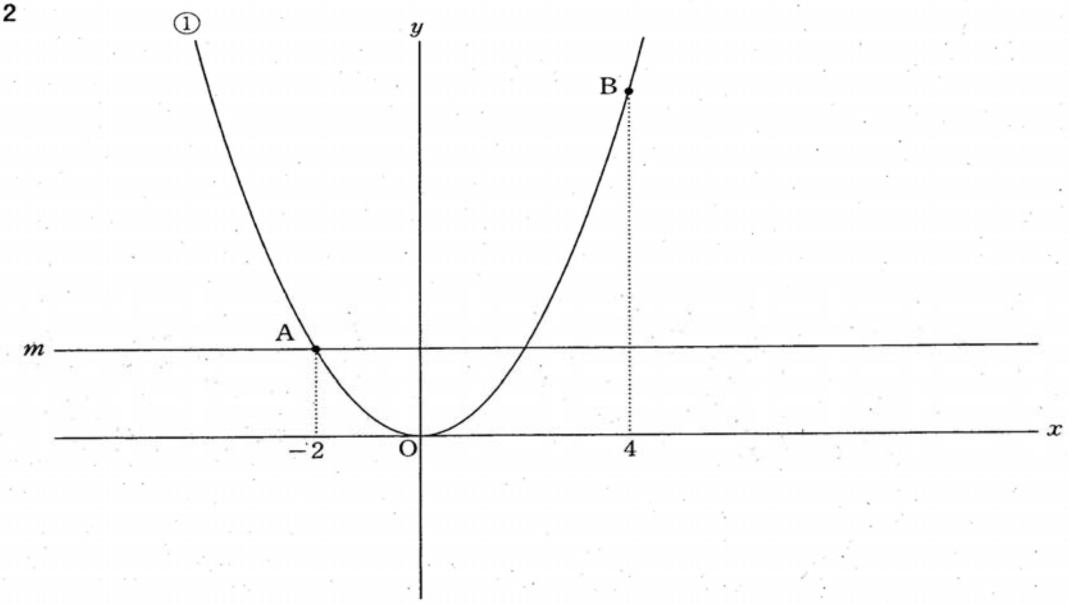
1　関数①について，x の変域が $-2 \leqq x \leqq 4$ のとき，y の変域を求めなさい。

2　点Cの y 座標を求めなさい。

3　△OABの面積を求めなさい。

問 2　図 2 のように，点Aを通り x 軸に平行な直線を m とする。下の **1**，**2** に答えなさい。

図 2



1　m 上に△OABの面積と△OAPの面積が等しくなるような点Pをとるとき，点Pの座標を求めなさい。ただし，点Pの x 座標は正であるとする。

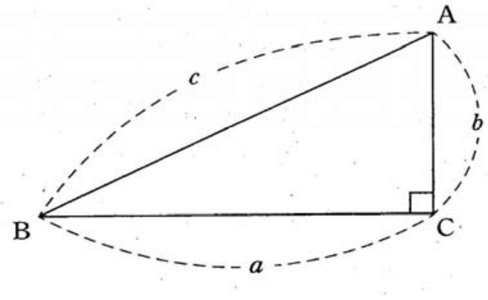
2　**問 2** の **1** の点Pに対して，四角形OABPを考える。辺BP上に点Qをとり，△ABQの面積が四角形OABPの面積の $\frac{1}{2}$ となるようにしたい。点Qの座標を求めなさい。

【第 5 問題】　図 1 のように，$\angle C = 90^\circ$ の直角三角形ABCがあり，BC $= a$，CA $= b$，AB $= c$ とするとき，次の関係が成り立つ。

$$a^2 + b^2 = c^2 \quad \cdots \boxed{1} \quad \text{（三平方の定理）}$$

下の **問 1** ～ **問 4** に答えなさい。

図 1



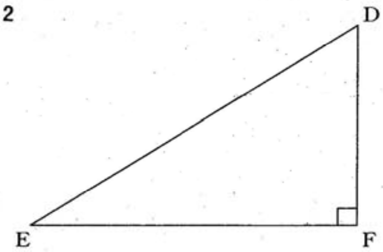
問 1　$a=3$，$b=1$ のとき，$\boxed{1}$ が成り立つような正の数 c の値を求めなさい。

問 2　次の長さを 3 辺とする三角形のうち，直角三角形はどれか。**ア～ウ**から 1 つ選び，記号で答えなさい。

ア　2 cm，3 cm，4 cm　　**イ**　3 cm，4 cm，5 cm　　**ウ**　4 cm，5 cm，6 cm

問 3　**図 2** の∠F = 90° の直角三角形DEFにおいて，辺DE上に∠DGF = 90° となる点Gをとるとき，点Gの位置を定規とコンパスを用いた作図で求め，**文字Gを書きなさい**。ただし，作図に用いた線は消さないでおくこと。

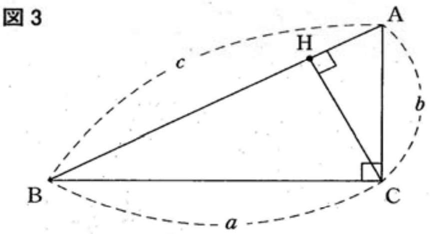
図 2



問 4　**図 3** のように，**図 1** の直角三角形ABCの辺AB上に∠AHC = 90° となる点Hをとる。次の **1**，**2** に答えなさい。

1　△ACH∽△CBHであることを証明しなさい。

図 3



2　ヒカルさんは，△ABC，△ACH，△CBHがすべて相似であることに気がつき，3 つの三角形の面積の関係を用いて，$\boxed{1}$（**三平方の定理**）が成り立つことを次のように説明した。
$\boxed{\text{ア}}$ ～ $\boxed{\text{カ}}$ にあてはまる文字や式を入れて，**説明**を完成させなさい。

説明

△ABC，△ACH，△CBHの面積をそれぞれ P，Q，R とすると，

$Q + R = P$ …Ⅰ

が成り立ちます。

ここで，△ABCと△ACHの相似比は，$c : b$ であるから，
△ABCと△ACHの面積の比は，

$P : Q =$ $\boxed{\text{ア}}$: $\boxed{\text{イ}}$

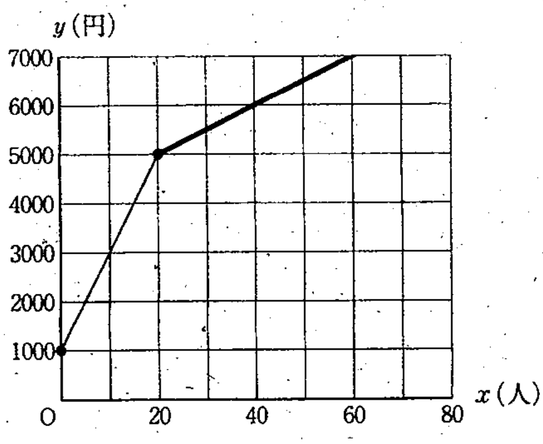
この比例式を変形して，Q について解くと，

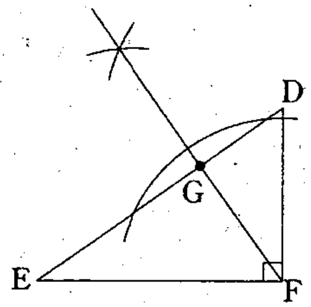
$Q =$ $\boxed{\text{ウ}}$ $\times P$ …Ⅱ

また，△ABCと△CBHの相似比は，$\boxed{\text{エ}}$: $\boxed{\text{オ}}$ であるから，
同様に考えると，

$R =$ $\boxed{\text{カ}}$ $\times P$ …Ⅲ

そして，Ⅱ，Ⅲ をⅠに代入してできた式を変形すると，$\boxed{1}$ が成り立ちます。

問題番号			正解答	配点
第1問題	問1		-2	1点
	問2		$x=-6,\ -2$	1点
	問3		$x=2,\ y=3$	1点
	問4		$3a+5b=1685$	1点
	問5		$\sqrt{2}$	1点
	問6		ウ	1点
	問7		$y=-\dfrac{8}{x}$	1点
	問8		$\angle x=55^\circ$	1点
	問9		イ	1点
	問10		$\dfrac{1}{3}$	2点
				計11点
第2問題	問1	1(1)	3.5　点	1点
		1(2)	4.0　点	1点
		2	$a=9$	2点
		3	$x=1,\ y=6$	2点
	問2	1	ア $n+3$　イ $n+12$	完答1点
			ウ この5つの数の和を計算すると $n+(n+3)+(n+6)+(n+9)+(n+12)=5n+30$ $=5(n+6)$ となり，3列目の数$n+6$の5倍である。	2点
		2	1460	2点
				計11点
第3問題	問1		ア 2000　イ 100	1点×2
	問2		7000　円	1点
	問3	1	$y=50x+4000$	2点
		2		1点
	問4	1	10人と40人	2点
		2	8000　円	2点
				計10点

第4問題	問1	1	$0 \leqq y \leqq 8$	1点
		2	4	1点
		3	12	2点
	問2	1	P(10, 2)	2点
		2	Q(8, 4)	2点
				計8点
第5問題	問1		$c=\sqrt{10}$	1点
	問2		イ	1点
	問3		【作図】  	2点
	問4	1	【証明】 △ACHと△CBHにおいて ∠AHC = ∠CHB = 90°　…① ∠ACH + ∠BCH = 90° より，∠ACH = 90° − ∠BCH ∠CBH + ∠BCH = 90° より，∠CBH = 90° − ∠BCH よって，∠ACH = ∠CBH　…② ①，②より，2組の角がそれぞれ等しいから △ACH∽△CBH	2点
		2	ア c^2　イ b^2	完答1点
			ウ $\dfrac{b^2}{c^2}$	1点
			エ c　オ a	完答1点
			カ $\dfrac{a^2}{c^2}$	1点
				計10点
記述で答える問いについては，表現が異なっていても正解答と同意であればよい。				合計50点