

| | |
|------|--|
| 受検番号 | |
|------|--|

数 学

注 意

- 1 開始の合図があるまで、問題用紙を開いてはいけません。
- 2 解答は、最も簡単な形で表し、全て解答用紙に記入ください。
- 3 答えに根号が含まれる場合は、根号を用いた形で表してください。
- 4 円周率は π とします。
- 5 問題用紙は、冊子の形になっています。
- 6 問題は、表紙の裏を1ページとし、6ページまであります。開始の合図で問題用紙の各ページを確認し、始めください。
- 7 問題用紙の表紙と解答用紙の受検番号欄に、それぞれ受検番号を記入ください。

1 次の (1) から (9) までの各問いに答えなさい。

(1) $2 \times (-3) + 1$ を計算しなさい。

(2) $\frac{5}{3}a - \frac{3}{4}a$ を計算しなさい。

(3) 次の連立方程式を解きなさい。

$$\begin{cases} x - 3y = 6 \\ 2x + y = 5 \end{cases}$$

(4) $\frac{6}{\sqrt{2}} + \sqrt{8}$ を計算しなさい。

(5) 次の2次方程式を解きなさい。

$$x^2 + x = 6$$

(6) $15a^3 b^2 \div \frac{5}{2} a b^2$ を計算しなさい。

(7) 下の表は、関数 $y = ax^2$ について、 x と y の関係を表したものです。このとき、 a の値および表の b の値を求めなさい。

表

| | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|---|-----|
| x | ... | -6 | ... | 4 | ... |
| y | ... | b | ... | 6 | ... |

(8) 大小2個のさいころを同時に投げたとき、大きいさいころの出た目を十の位の数、小さいさいころの出た目を一の位の数として2けたの整数をつくる。このとき、2けたの整数が素数となる確率を求めなさい。ただし、さいころは、1から6までのどの目が出ることも同様に確からしいとします。

(9) 下の度数分布表は、ある学級の生徒の自宅から学校までの通学時間を整理したものです。この表から通学時間の平均値を求めると20分であった。(ア)、(イ)にあてはまる数と最頻値を求めなさい。

度数分布表

| 通学時間(分) | 度数(人) |
|-----------------|-------|
| 以上 未満 0 ~ 10 | 5 |
| 10 ~ 20 | 10 |
| 20 ~ 30 | (ア) |
| 30 ~ 40 | 4 |
| 合計 | (イ) |

2 太郎さんは、花子さんと体育大会で使う応援用のメガホンを学級の人数分作ることにしました。後の(1)から(4)までの各問いに答えなさい。

まず、ボール紙に図1の展開図をかき、母線の長さが60cmの円すいの形を作ると図2のようになりました。点Aは頂点、線分BCは底面の直径を表しています。また点D、Eは、母線ABを3等分する点です。

(1) 図2の直径BCの長さを求めなさい。

図1

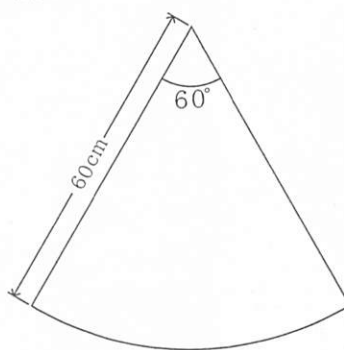
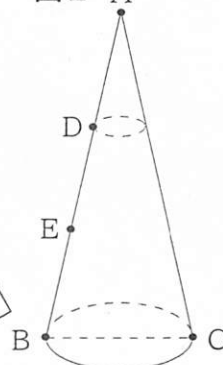


図2



次に、点Dを通り、底面に平行な平面でこの円すいを切って図3のメガホンを作りました。線分DFはメガホンの上面の円の直径を表しています。図4の実線は、図3のメガホンの展開図です。このメガホンに図5のような飾りのついたひもを側面に巻きながら貼りつけて完成となります。

図3

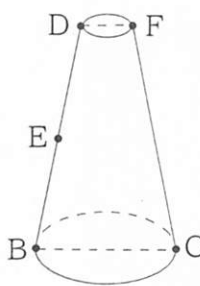


図4

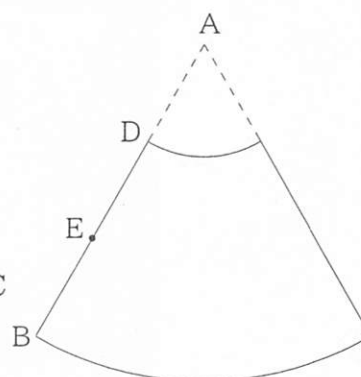
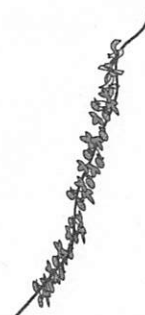


図5

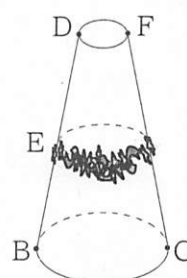


2人は飾りのついたひもをどのように巻きつけるか、またどれぐらいの長さのひもが必要かを考えました。ただし、ボール紙の厚さとひもの太さは考えないものとします。

考えたこと

○ 図3のメガホンに、図6のように飾りのついたひもを点Eから側面に沿って点Eまで1周巻きつけたとき、どのように巻きつけるとひもの長さが最も短くなるのかを考えました。

図6



太郎さん

①ひもを底面の円周と平行になるように1周巻きつけたときに、ひもの長さが最も短いのではないかな。

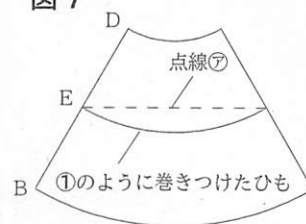


花子さん

メガホンのままではわからないね。メガホンに飾りのついていないひもを巻きつけて展開図で確かめてみましょう。

○ 2人は、図7の展開図で考えてみました。

図7



太郎さん

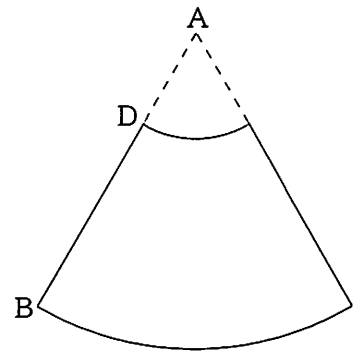
点線㊦のようにひもを巻きつければ短くなるね。



花子さん

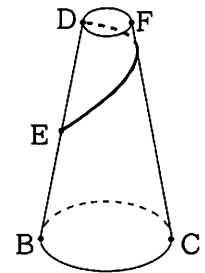
図7のように、展開図でひもの巻きつけ始める点と巻きつけ終わる点を直線で結べばよさそうね。

- (2) 下線部①のように太郎さんがひもを巻きつけたとき、ひもと線分FCとの交点Pをコンパスと定規を使って作図しなさい。ただし、作図に使った線は消さないこと。



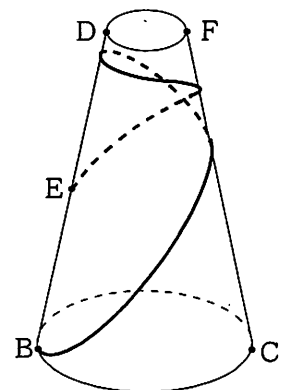
- (3) 次に太郎さんは、図8のようにひもを点Eから側面に沿って線分FCを横切って点Dまで巻きつけようと考えました。巻きつけるひもの長さが最も短いときのひもの長さを求めなさい。

図8



- (4) さらに太郎さんは、ひもを点Bから側面に沿って線分FCを2回横切って点Eまで巻きつけようと考えました。図9は、花子さんと考えたことを応用して、ひもの長さが最も短くなるように巻きつける様子を表したものです。巻きつけるひもの長さを求めなさい。

図9

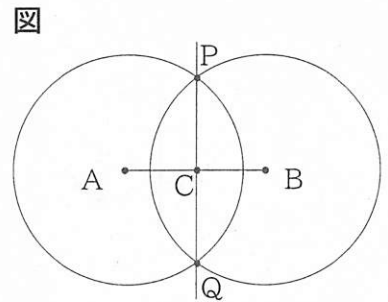


3 太郎さんと花子さんは、数学の授業で円について学習した後、2点で交わる2つの円について調べることになりました。

太郎さんは、次の手順でノートに右の図をかきました。後の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。

手順

- ① 線分をひき、線分の両端をA, Bとする。
- ② 線分ABにおいて、点Aと点Bをそれぞれ中心として、等しい半径の円をかき、この2つの円の交点をP, Qとする。
- ③ 線分ABと直線PQとの交点をCとする。



①から③の手順で、線分ABの長さや円の半径をいろいろ変えて調べます。

(1) 太郎さんは、まず線分ABの長さを8cmにして、円の半径をいろいろ変えて調べました。すると、4点A, B, P, Qが、点Cを中心とする円周上にある場合があります。このとき、線分APの長さと $\angle APB$ の大きさを求めなさい。

太郎さんと花子さんは、図を見て気づいたことを話しています。

2人の会話



太郎さん

2つの円の半径は等しいので、 $\triangle ABP$ は $PA=PB$ の二等辺三角形だね。二等辺三角形の頂角の二等分線は底辺と垂直に交わることは教科書に書いていたね。



花子さん

四角形AQBPはひし形だから、太郎さんの言ったことは、ひし形AQBPの対角線PQが $\angle APB$ を二等分し、直線PQと線分ABは垂直に交わることと同じだね。



太郎さん

花子さんの言ったことは、三角形の合同条件を利用したら証明できそうだね。

(2) 2人の会話の中にある太郎さんの言った波線部の考え方を使って、下線部を証明しなさい。

(3) $AP=PQ=5\text{cm}$ のとき、線分APの延長線が点Bを中心とする円と、点P以外にもう1点で交わりました。その交点をDとしたとき、線分PDの長さを求めなさい。

4

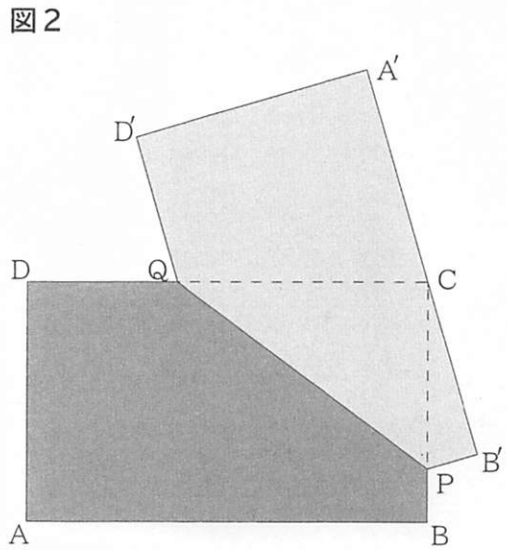
太郎さんは、寒かったので衣類に貼るカイロを貼ろうとしました。裏紙（剥離紙）をはがすとき、カイロの粘着部分の形や面積が変化していくことに気がつき、下のような考え方をもち、その変化について考えました。後の(1)から(4)までの各問いに答えなさい。

考え方

- 縦6cm、横10cmの長方形のカイロを、左下側から一定方向に向かって裏紙をはがします。
- 図1のように、カイロの各頂点をA、B、C、Dとし、AE=4cm、AF=3cmとなる点E、Fをそれぞれ辺AB、AD上にとります。
- 図1のように、カイロの粘着部分ア、裏紙のはがした部分イの境界線の両端をP、Qとします。
- 線分EFと線分PQが、平行を保つようにしながら裏紙をはがします。
- 点Pが頂点Aから移動した距離をxcmとします。

図1

- (1) 裏紙をはがし始めてから、はがし終わるまでのxの変域を表しなさい。
- (2) $0 \leq x \leq 10$ のとき、カイロの粘着部分アの面積を $y \text{ cm}^2$ とする。xとyの関係をグラフに表しなさい。
- (3) 裏紙をはがしていくと、カイロの粘着部分アの面積が、長方形ABCDの面積の $\frac{5}{8}$ になりました。このときのxの値を求めなさい。
- (4) 図2のように、辺A'B'上に頂点Cが重なるまで裏紙をはがしました。このときのxの値を求めなさい。



※印の欄には何も記入しないこと。

1

| | |
|-----|--|
| (1) | |
| (2) | |
| (3) | $\begin{cases} x = \\ y = \end{cases}$ |
| (4) | |
| (5) | $x =$ |
| (6) | |
| (7) | $a =$ $b =$ |
| (8) | |
| (9) | (ア) |
| | (イ) |
| | 最頻値 |

※

2

| | | |
|-----|--|-----|
| (1) | | c m |
| (2) | | |
| (3) | | c m |
| (4) | | c m |

※

3

| | | |
|-----|--------|-----|
| (1) | AP = | c m |
| (1) | ∠APB = | ° |
| (2) | 【証明】 | |
| (3) | | c m |

※

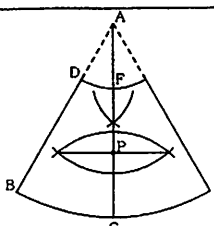
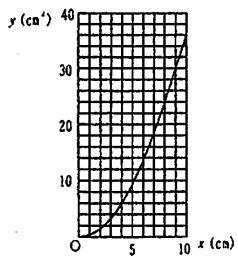
4

| | |
|-----|-----------------|
| (1) | $\cong x \cong$ |
| (2) | |
| (3) | $x =$ |
| (4) | $x =$ |

※

※

令和3年度
滋賀県立高等学校入学者選抜学力検査
数学 正答例および配点

| 問題区分 | 正 答 例 | 配 点 | | |
|----------|--|---|-----|---|
| | (1) -5 | 4 | | |
| | (2) $\frac{11}{12}a$ | 4 | | |
| | (3) $\begin{cases} x = -3 \\ y = -1 \end{cases}$ | 4 | | |
| | (4) $5\sqrt{2}$ | 4 | | |
| | (5) $x = -3, 2$ | 4 | | |
| 1 | (6) $6a^2$ | 4 | 38 | |
| (7) | $a = \frac{3}{8}$ $b = \frac{27}{2}$ | 4 | | |
| (8) | $\frac{2}{9}$ | 5 | | |
| (9) | (ア) 13 (イ) 32 | 3 | | |
| | 最頻値 25 (分) | 2 | | |
| 2 | (1) 20 cm | 4 | 21 | |
| | (2) |  | | 5 |
| | (3) $20\sqrt{3}$ cm | 6 | | |
| | (4) $20\sqrt{19}$ cm | 6 | | |
| 3 | (1) $AP = 4\sqrt{2}$ cm $\angle APB = 90^\circ$ | 6 | 20 | |
| | (2) | <p>【証明】 $\triangle APQ$と$\triangle BPQ$について、 仮定より、$AP = BP$…① $AQ = BQ$…② PQは共通…③ ①、②、③より、3組の辺がそれぞれ等しいから、$\triangle APQ \cong \triangle BPQ$である。 よって、$PQ$は$\angle APB$の二等分線である。④ 次に、$\triangle APC$と$\triangle BPC$について、$PC$は共通…⑤ ④より$\angle APC = \angle BPC$…⑥ ①、⑤、⑥より、2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから、$\triangle APC \cong \triangle BPC$ よって、合同な三角形の対応する角の大きさはそれぞれ等しいので、$\angle ACP = \angle BCP$ よって、$\angle ACP + \angle BCP = 2\angle ACP = 180^\circ$ $\angle ACP = 90^\circ$より、$AB \perp PQ$</p> | | 8 |
| | (3) 5 cm | 6 | | |
| 4 | (1) $0 \leq x \leq 16$ | 4 | 21 | |
| | (2) |  | | 5 |
| | (3) $x = 16 - \frac{3}{2}\sqrt{15}$ | 6 | | |
| | (4) $x = \frac{181}{16}$ | 6 | | |
| | | 合計 | 100 | |