

令 3

数 学
問 題 用 紙

1 次の各問に答えなさい。

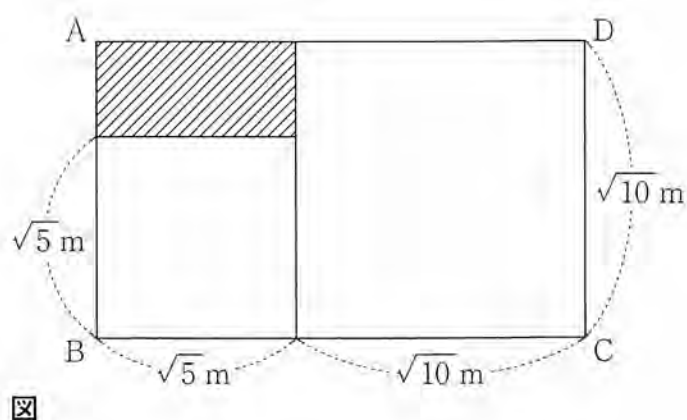
- (1) A, B, C, D の4つのチームが自分のチーム以外のすべてのチームと試合を行った。
 下の表は、その結果をまとめたものである。得失点差とは、得点合計から失点合計をひいた値である。

このとき、下の **ア** に当てはまる数を求めなさい。

表

チーム	試合数	勝った試合数	引き分けた試合数	負けた試合数	得点合計	失点合計	得失点差
A	3	2	1	0	8	1	+7
B	3	1	1	1	3	7	ア
C	3	1	1	1	4	4	0
D	3	0	1	2	1	4	-3

- (2) 下の図のように、長方形 ABCD の中に1辺の長さが $\sqrt{5}$ m と $\sqrt{10}$ m の正方形がある。
 このとき、斜線部分の長方形の周りの長さを求めなさい。



図

(3) 1000円で、1個 a 円のクリームパン5個と1個 b 円のジャムパン3個を買うことができる。ただし、消費税は考えないものとする。

この数量の関係を表した不等式としてもっとも適切なものを、次のア～エの中から一つ選んで、その記号を書きなさい。

ア $1000 - (5a + 3b) < 0$

イ $5a + 3b < 1000$

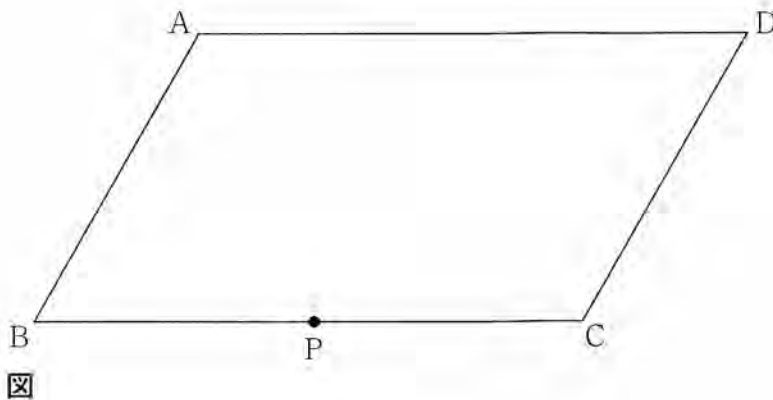
ウ $1000 - (5a + 3b) \geq 0$

エ $5a + 3b \geq 1000$

(4) 花子さんは、下の図の平行四辺形 ABCD の面積を求めるために、辺 BC を底辺とみて、高さを測ろうと考えた。

点 P を下の図のようにとるとき、線分 PH が高さとなるような点 H を作図によって求めなさい。

ただし、作図に用いた線は消さずに残しておくこと。



2 次の各問に答えなさい。

- (1) 「連続する3つの整数の和は、3の倍数である」

このことを次のように説明した。

(説明)

連続する3つの整数のうち、もっとも小さい整数を n とすると、連続する3つの整数は小さい順に n , $\boxed{\text{ア}}$, $\boxed{\text{イ}}$ と表すことができる。

ここで、

$$n + (\boxed{\text{ア}}) + (\boxed{\text{イ}}) = 3(\boxed{\text{ウ}})$$

$\boxed{\text{ウ}}$ は整数だから、 $3(\boxed{\text{ウ}})$ は3の倍数である。

したがって、連続する3つの整数の和は、3の倍数である。

このとき、上の $\boxed{\text{ア}}$ ~ $\boxed{\text{ウ}}$ に当てはまる式を、それぞれ書きなさい。

- (2) 太郎さんは庭に、次の2つの条件 $\boxed{1}$, $\boxed{2}$ を満たすような長方形の花だんを作ることにした。

(条件)

$\boxed{1}$ 横の長さは、縦の長さより5m長い。

$\boxed{2}$ 花だんの面積は、 24m^2 である。

縦の長さを $x\text{m}$ として方程式をつくると、次のようになる。

$$\boxed{\text{ア}} = 24$$

したがって、この方程式を解くと、 $x = \boxed{\text{イ}}$, $\boxed{\text{ウ}}$ となる。

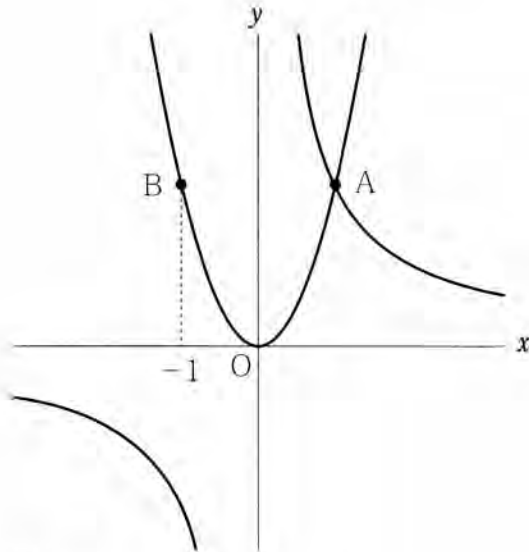
$x = \boxed{\text{イ}}$ は、縦の長さとしては適していないから、縦の長さは $\boxed{\text{ウ}}\text{m}$ である。

このとき、上の $\boxed{\text{ア}}$ には当てはまる式を、 $\boxed{\text{イ}}$, $\boxed{\text{ウ}}$ には当てはまる数を、それぞれ書きなさい。

- (3) 下の図で、点Aは関数 $y = \frac{2}{x}$ と関数 $y = ax^2$ のグラフの交点である。点Bは点Aを y 軸を対称の軸として対称移動させたものであり、 x 座標は -1 である。

このことから、 a の値は $\boxed{\text{ア}}$ であり、関数 $y = ax^2$ について、 x の値が1から3まで増加するときの変化の割合は $\boxed{\text{イ}}$ であることがわかる。

このとき、上の $\boxed{\text{ア}}$ 、 $\boxed{\text{イ}}$ に当てはまる数を、それぞれ書きなさい。



図

- (4) 陸上競技部のAさんとBさんは100m競走の選手である。下の図1、図2は、2人が最近1週間の練習でそれぞれ100mを18回走った記録をヒストグラムに表したものである。これらのヒストグラムをもとに、次の1回でより速く走れそうな選手を1人選ぶとする。

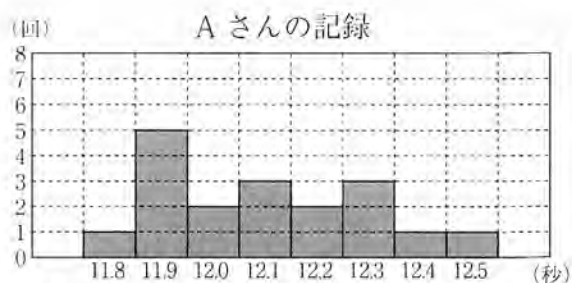


図1

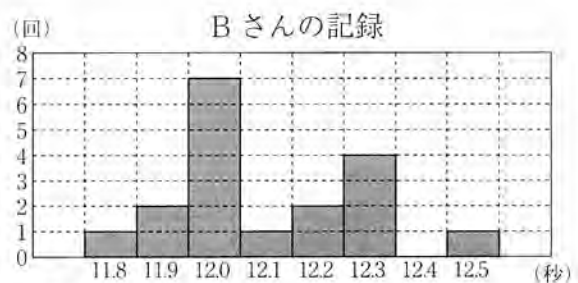


図2

このとき、あなたならどちらの選手を選びますか。Aさん、Bさんのどちらか一方を選び、その理由を、2人の中央値(メジアン)または最頻値(モード)を比較して説明しなさい。

3 先生と太郎さんと花子さんの次の会話を読んで、あとの(1)～(3)の問いに答えなさい。

(先生と太郎さんと花子さんの会話)

先生：下の図1の $\triangle ABC$ は、 $\angle ABC = 66^\circ$ 、 $\angle BAC = 90^\circ$ の直角三角形です。

$\triangle ABC$ を直線 ℓ にそってすべらないように転がしていくことを考えましょう。

下の図2のように、点Aを中心に回転させたとき、もとの位置の三角形を $\triangle AB'C'$ とすると、 $\triangle ABC$ の頂点Bが、 $\triangle AB'C'$ の辺 $B'C'$ 上にくるときがあります。

太郎：先生、このときの $\angle BAB'$ の大きさは なので、図2の $\triangle ABC$ は点Aを中心に時計回りに だけ回転移動させたことになります。

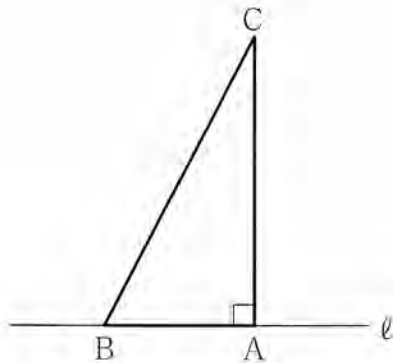


図1

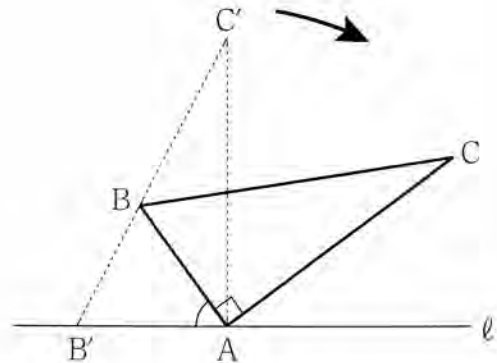


図2

先生：よく気がつきましたね。では次に、下の図3のように $\triangle ABC$ を $AB = AC$ の直角二等辺三角形にして、同じように転がしていくことを考えましょう。

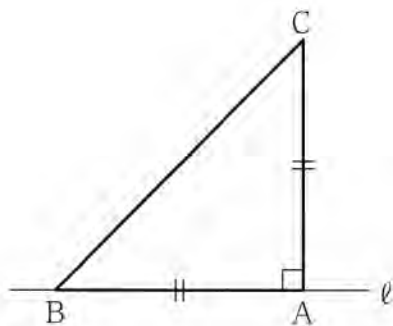


図3

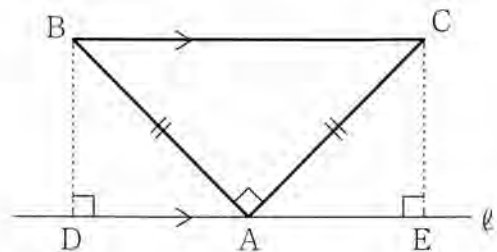


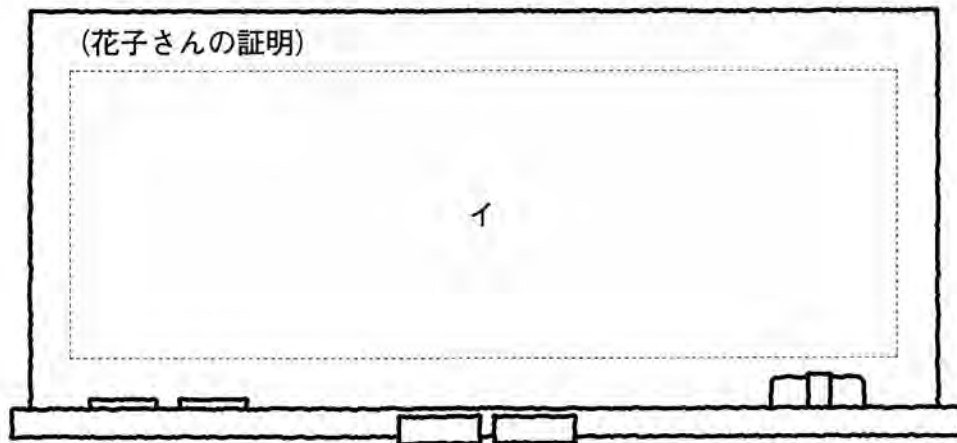
図4

太郎：上の図4のように、直線 ℓ と辺BCが平行になるときがあります。

花子：このとき、点B、Cから直線 ℓ に垂線をひき、直線 ℓ との交点をそれぞれD、Eとすると、 $\triangle ADB \cong \triangle AEC$ が成り立ちそうね。

先生：では、花子さん、黒板に証明を書いてください。

花子：はい。次のように証明できます。



先生：そのとおりです。よくできましたね。

さらに、図3の直角二等辺三角形ABCを、下の図5のように、直線ℓにそってすべらないように、点Bが再び直線ℓ上にくる斜線の図形的位置まで転がしていくことを考えましょう。

太郎：点Bが動いた跡にできる線と直線ℓとで囲まれた部分の面積はどうなるかな。

先生：では、 $AB = AC = 3\text{ cm}$ として、面積を求めてみましょう。

太郎：はい。面積を求めると cm^2 になりました。

先生：そのとおりです。よくできましたね。

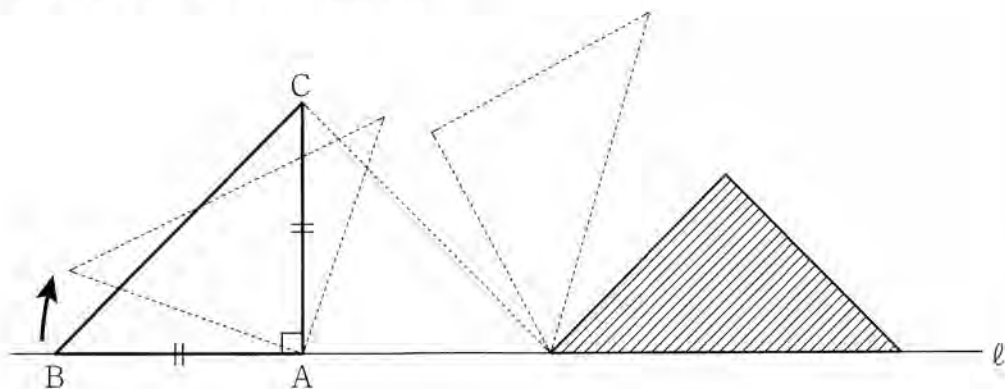


図5

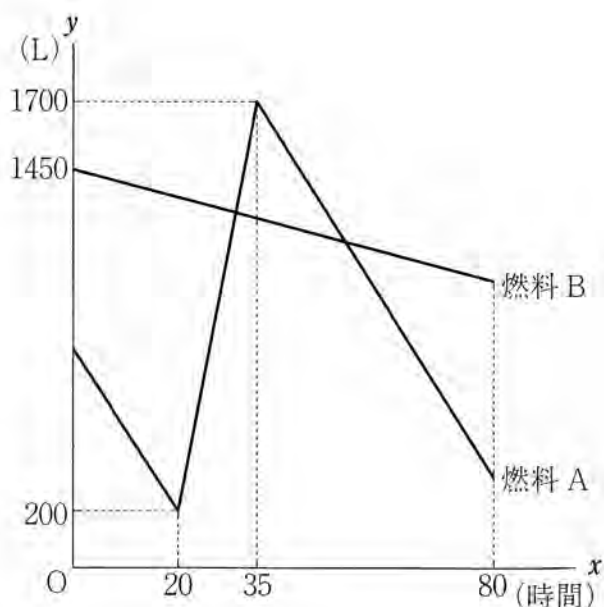
(1) 会話中の に当てはまる角の大きさを求めなさい。

(2) 会話中の に当てはまる証明を書きなさい。

(3) 会話中の に当てはまる数を求めなさい。ただし、円周率は π とする。

4 H市の工場では、2種類の燃料A、Bを同時に使って、ある製品を作っている。燃料A、Bはそれぞれ一定の割合で消費され、燃料Aについては、1時間あたり30L消費される。また、この工場では、燃料自動補給装置を導入して、無人で長時間の自動運転を可能にしている。この装置は、燃料A、Bの残量がそれぞれ200Lになると、ただちに、15時間一定の割合で燃料を補給するように設定されている。

下の図は、燃料A、Bについて、「ある時刻」から x 時間後の燃料の残量を y Lとして、「ある時刻」から80時間後までの x と y の関係をグラフに表したものである。



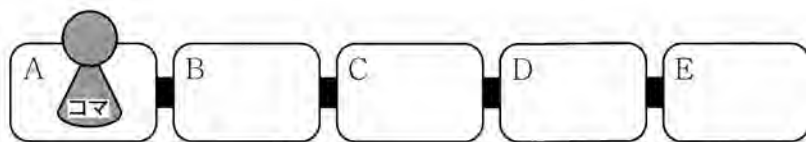
図

このとき、次の(1)～(3)の問いに答えなさい。

- (1) 「ある時刻」の燃料Aの残量は何Lであったか求めなさい。
- (2) 「ある時刻」の20時間後から35時間後までの間に、燃料Aは1時間あたり何L補給されていたか求めなさい。
- (3) 「ある時刻」から80時間後に燃料A、Bの残量を確認したところ、燃料Aの残量は燃料Bの残量より700L少なかった。

このとき、燃料Bが「ある時刻」から初めて補給されるのは「ある時刻」から何時間後か求めなさい。

5 下の図のような A ～ E のマスがあり、次の手順①～③にしたがってコマを動かす。



図

(手順)

- ① はじめにコマを A のマスに置く。
- ② 1つのさいころを 2 回投げる。
- ③ 1 回目に出た目の数を a 、2 回目に出た目の数を b とし、「条件 X」だけ A から 1 マスずつコマを動かす。

ただし、コマの動かし方は、 $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow D \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow \dots$ の順に A と E の間をくり返し往復させることとする。

例えば、5 だけ A から 1 マスずつコマを動かすと D のマスに止まる。

また、さいころは 1 から 6 までの目が 1 つずつかかれており、どの目が出ることも同様に確からしいとする。

このとき、次の(1)、(2)の問いに答えなさい。

(1) 手順③の「条件 X」を、「 a と b の和」とする。

- ① E のマスに止まる確率を求めなさい。
- ② コマが止まる確率をもっとも大きくなるマスを、A ～ E の中から一つ選んで、その記号を書きなさい。また、その確率を求めなさい。

(2) 手順③の「条件 X」を、「 a の b 乗」とする。

1 回目に 4 の目が出て、2 回目に 5 の目が出たとき、コマが止まるマスを、A ～ E の中から一つ選んで、その記号を書きなさい。

6 下の図1は、三角すいの展開図であり、 $AB = 12\text{ cm}$ 、 $AC = 9\text{ cm}$ 、 $ED = 5\text{ cm}$ である。

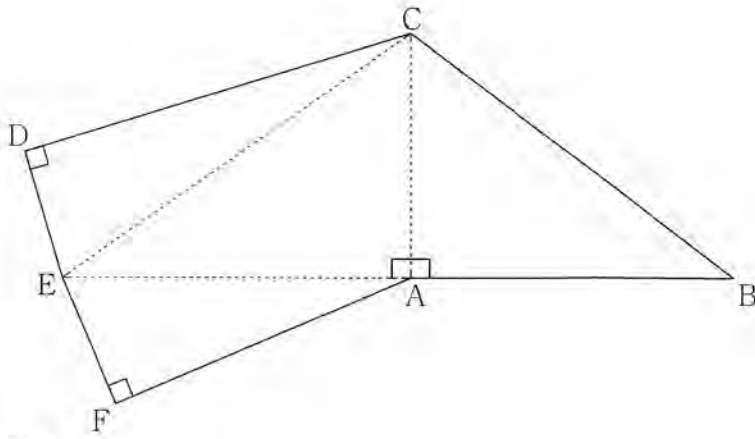


図1

太郎さんと花子さんの次の会話を読んで、あとの(1)～(3)の問いに答えなさい。

(太郎さんと花子さんの会話)

太郎：辺 AB と辺 AC の長さがわかっているから、三角形 ABC の面積は簡単に求めることができるよ。他の三角形の面積も求めることができるかな。

花子：辺 ED の長さが 5 cm だから、三角形 CDE の面積もわかりそうね。

太郎：確かにそうだね。三角形 CDE の面積は $\boxed{\text{ア}}$ cm^2 になるよ。

花子：次は、この展開図を組み立てて体積について考えてみましょう。

太郎：どの面を底面としてみると体積が求めやすいかな。

花子：組み立てたときに頂点が重なるところがあるので、図2のように展開図に面㊸、面㊹、面㊺と名前をつけて考えてみると、面㊺を三角すいの底面とするといいかもしれないね。

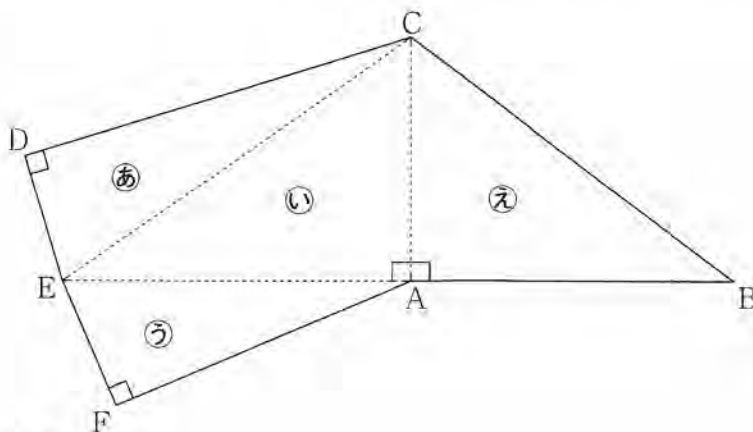


図2

太郎：なるほど。そうすると、面㉘と垂直になるのは **イ** だよ。

花子：これで体積を求めることができそうね。

太郎：計算してみたら、三角すいの体積は **ウ** cm^3 になるよ。

花子：ところで、底面とする面を変えてみると、三角すいの高さが変わるわね。

太郎：なるほど。そうすると、三角すいの高さが、一番高くなるのは **エ** を底面にしたときで、一番低くなるのは **オ** を底面にしたときだよ。

(1) 会話中の **ア** に当てはまる数を求めなさい。

(2) 会話中の **イ** に当てはまる面を、面㉖～面㉙の中からすべて選んで、その記号を書きなさい。また、**ウ** に当てはまる数を求めなさい。

(3) 会話中の **エ**、**オ** に当てはまる面を、面㉖～面㉙の中から一つ選んで、その記号をそれぞれ書きなさい。

問題		標準解答	配点	問題	備考
1	(1)	ア -4	4点	1	(4)
	(2)	$2\sqrt{10}$ (m)	4点		
	(3)	ウ	4点		
	(4)		4点	2	(4)
2	(1)	ア $n+1$ イ $n+2$ ウ $n+1$	6点	2	(4)
	(2)	ア $x(x+5)$ イ -8 ウ 3	6点		
	(3)	ア 2 イ 8	6点		
	(4)	・選んだ選手 (A) の場合 理由 Aさんの最頻値 11.9秒は、Bさんの最頻値 12.0秒よりも小さいので、Aさんの方が次の1回でより速く走れそうな選手である。 ・選んだ選手 (B) の場合 理由 Bさんの中央値 12.0秒は、Aさんの中央値 12.1秒よりも小さいので、Bさんの方が次の1回でより速く走れそうな選手である。	6点		
3	(1)	ア 48 (度)	4点	3	(2)
	(2)	イ $\triangle ADB$ と $\triangle AEC$ で、 仮定から、 $AB=AC$ … ① $\angle CBA = \angle BCA$ … ② $\angle BDA = \angle CEA = 90^\circ$ … ③ 平行線の錯角だから、 $\angle CBA = \angle DAB$ … ④ $\angle BCA = \angle EAC$ … ⑤ ②, ④, ⑤から、 $\angle DAB = \angle EAC$ … ⑥ ①, ③, ⑥から、斜辺と1鋭角がそれぞれ等しい直角三角形なので、 $\triangle ADB \equiv \triangle AEC$	5点		
	(3)	ウ $9\pi + \frac{9}{2}$ (cm ²)	6点		
4	(1)	800 (L)	4点	4	(3)
	(2)	130 (L)	5点		
	(3)	250 (時間後)	6点		
5	(1)	① $\frac{1}{9}$	4点	5	(2)
	(2)	② 記号 B 確率 $\frac{5}{18}$	5点		
6	(1)	ア $\frac{75}{2}$ (cm ²)	4点	6	(3)
	(2)	イ 面㊸, 面㊹	5点		
	(3)	ウ 90 (cm ³)			
		エ 面㊺ オ 面㊻	6点		

問題	備考
1 (4)	・作図の仕方が異なっても、論理的に正しければよい。
2 (4)	・中央値または最頻値の値が示されており、その値の比較について記述されていなければならない。
3 (2)	・証明の仕方が異なっても、論証の過程が正しければよい。