数　　学

注　　意

1　監督者の「始め」の合図があるまで開いてはいけません。

2　問題用紙は表紙を入れて８ページあり，これとは別に解答用紙が１枚あります。

3　受検番号は，解答用紙及び問題用紙の決められた欄に記入しなさい。

4　答えは，問題の指示に従って，**すべて解答用紙に記入しなさい。**計算などは，問題用紙の余白を利用しなさい。

5　監督者の「やめ」の合図ですぐにやめなさい。

受検番号	

1 次の１～５の問いに答えなさい。

1　次の(1)～(5)の問いに答えよ。

(1)　$8 \div 4 + 6$ を計算せよ。

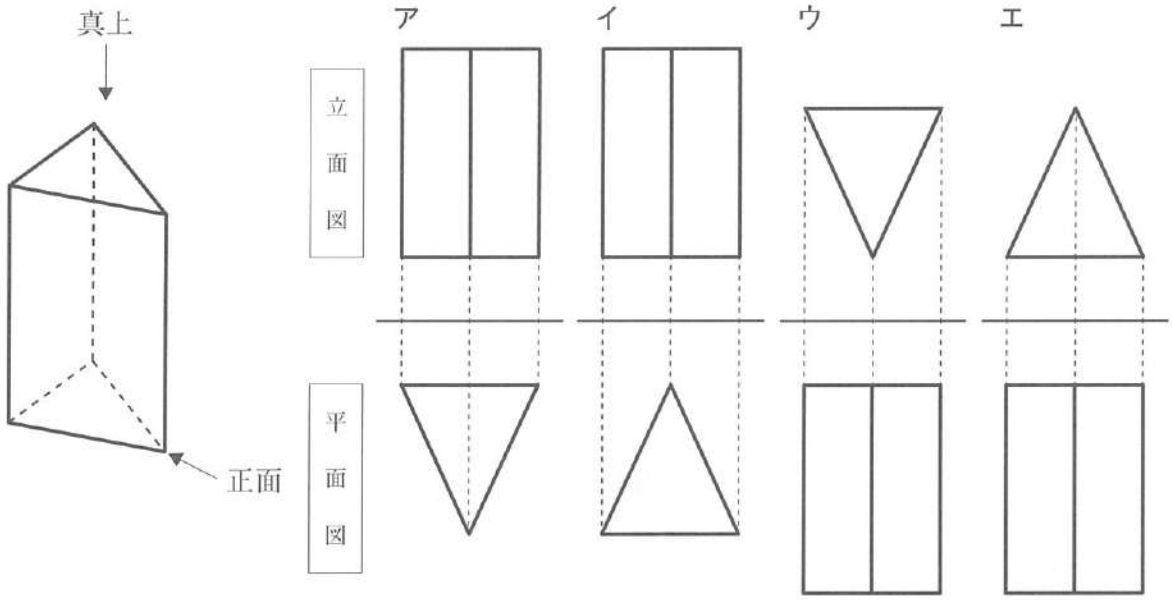
(2)　$\frac{1}{2} + \frac{9}{10} \times \frac{5}{3}$ を計算せよ。

(3)　$2\sqrt{3} + \sqrt{27} - \frac{3}{\sqrt{3}}$ を計算せよ。

(4)　3つの数 a，b，c について，$ab < 0$，$abc > 0$ のとき，a，b，c の符号の組み合わせとして，最も適当なものを下のア～エの中から１つ選び，記号で答えよ。

	a	b	c
ア	＋	＋	−
イ	＋	−	＋
ウ	−	−	＋
エ	−	＋	−

(5)　下の図のような三角柱がある。この三角柱の投影図として，最も適当なものを下のア～エの中から１つ選び，記号で答えよ。



2　y は x に反比例し，$x=2$ のとき $y=-3$ である。このとき，y を x の式で表せ。

3　$\sqrt{7}$ より大きく，$\sqrt{31}$ より小さい整数をすべて書け。

4　次のように，1から6までの数字がくり返し並んでいる。左から100番目の数字は何か。

1，2，3，4，5，6，1，2，3，4，5，6，1，2，3，4，5，6，…

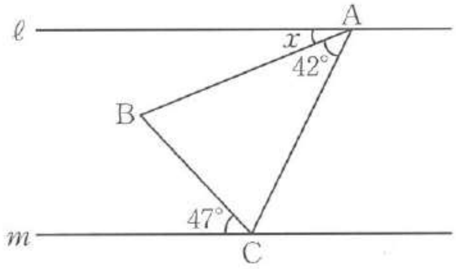
5　国土地理院のまとめた「日本の山岳標高一覧（1003山）」に掲載されている鹿児島県の標高1000 m以上の山〈山頂〉は8つある。8つの中で最も高いものは屋久島にある宮之浦岳であり，その標高は1936 mである。下の表は，残り7つの山〈山頂〉の標高を示したものである。標高を1.5倍したときに，宮之浦岳の標高を上回るものはどれか，下の**ア**～**キ**の中からあてはまるものをすべて選び，記号で答えよ。

	山名〈山頂名〉	標高(m)
ア	紫尾山	1067
イ	霧島山〈韓国岳〉	1700
ウ	霧島山〈新燃岳〉	1421
エ	御岳	1117
オ	高隈山〈大箆柄岳(おおのがらだけ)〉	1236
カ	高隈山〈御岳〉	1182
キ	永田岳	1886

（国土地理院「日本の山岳標高一覧（1003山）」から作成）

2 次の１～５の問いに答えなさい。

1　右の図のように，AB = AC である二等辺三角形ABCと，頂点A，Cをそれぞれ通る２本の平行な直線ℓ，mがある。このとき，$\angle x$の大きさは何度か。



2　硬貨とくじを用いて，次のルールでポイントがもらえるゲームを行う。

①　硬貨を２枚投げて，表が出た枚数を数える。 ②　当たりが１本，はずれが１本入っているくじがあり，その中から１本ひく。 ③　②で当たりをひいた場合は，(①の表が出た枚数)×200ポイント，はずれをひいた場合は，(①の表が出た枚数)×100ポイントがもらえる。

たとえば，硬貨は表が２枚出て，くじは当たりをひいた場合は400ポイントもらえる。このゲームを１回行うとき，ちょうど200ポイントもらえる確率を求めよ。

3　次の比例式で，xの値を求めよ。

$$x : (4x-1) = 1 : x$$

4　右の図のように，３点A，B，Cがある。この３点A，B，Cを通る円周上において，点Bを含まない$\overset{\frown}{AC}$上に∠ABD = ∠CBDとなる点Dを，定規とコンパスを用いて作図せよ。ただし，点Dの位置を示す文字Dを書き入れ，作図に用いた線も残しておくこと。

5　AさんとBさんの持っている鉛筆の本数を合わせると50本である。Aさんの持っている鉛筆の本数の半分と，Bさんの持っている鉛筆の本数の$\frac{1}{3}$を合わせると23本になった。AさんとBさんが最初に持っていた鉛筆はそれぞれ何本か。ただし，AさんとBさんが最初に持っていた鉛筆の本数をそれぞれx本，y本として，その方程式と計算過程も書くこと。

3 A～Dの各組で同じ100点満点のテストを行ったところ，各組の成績は右の**表**のような結果となった。ただし，A組の点数の平均値は汚れて読み取れなくなっている。また，このテストでは満点の生徒はいなかった。なお，**表**の数値はすべて正確な値であり，四捨五入などはされていない。次の**1**～**3**の問いに答えなさい。

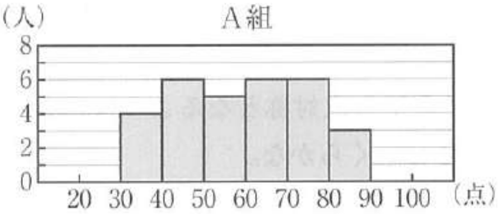
表

組	人数	平均値	中央値
A	30	[illegible]	59.0
B	20	54.0	49.0
C	30	65.0	62.5
D	20	60.0	61.5

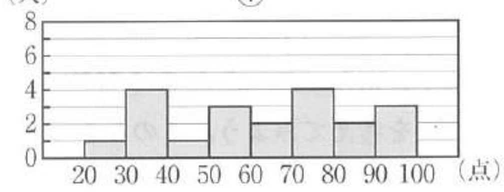
1 B組とC組を合わせた50人の点数の平均値を求めよ。

2 下の図は，各組の点数について階級の幅を10点にしてヒストグラムに表したものである。たとえば，A組のヒストグラムでは50点以上60点未満の生徒は5人いたことを表している。B～Dの各組のヒストグラムは，それぞれ①～③の中のどれか1つとなった。次の(1)，(2)の問いに答えよ。

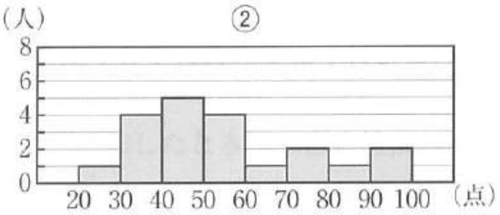
A組



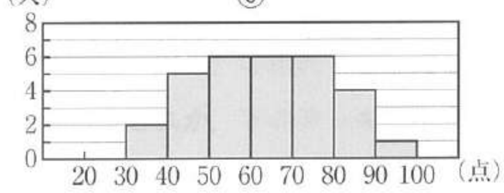
①



②



③



(1) C組のヒストグラムは ア ，D組のヒストグラムは イ である。 ア ， イ にあてはまるものを，①～③の中から1つずつ選べ。

(2) A組のヒストグラムから，A組の点数の平均値を求めよ。ただし，小数第2位を四捨五入して答えること。

3 B組の生徒のテストの点数を高い方から並べると，10番目と11番目の点数の差は4点であった。B組には欠席していた生徒が1人いたので，この生徒に後日同じテストを行ったところ，テストの点数は76点であった。この生徒を含めたB組の21人のテストの点数の中央値を求めよ。

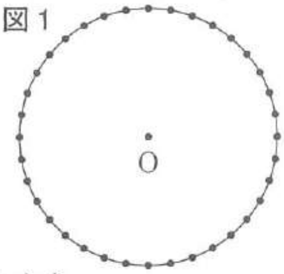
4 次の会話文は「課題学習」におけるグループ活動の一場面である。ひろしさんとよしこさんのグループは，**写真**の観覧車を題材に数学の問題をつくろうと考えた。以下の会話文を読んで，次の**1**～**3**の問いに答えなさい。

写真

ひろし：この観覧車は直径60 m，ゴンドラの数は36台で，1周するのにちょうど15分かかるんだって。この観覧車を題材に，円に関する問題がつくれそうな気がするけど。

よしこ：まず，観覧車を円と考え，ゴンドラを円周上の点としてみよう。また，観覧車の軸を中心Oとすると，36個の点が円周上に等間隔に配置されている**図1**のように表されるね。ここで隣り合う2つのゴンドラを，2点X，Yとすると…。

図1



ひろし：まず，角の大きさが求められそうだね。∠XOYの大きさはいくらかな。

よしこ：図をかいて，計算してみるね。……わかった。∠XOYの大きさは $\boxed{\text{ア}}$ 度だね。

ひろし：いいね。じゃあ点Oを対称の中心として，点Yと点対称となるように点Zをとるときを考えてみよう。このとき∠XZYの大きさはいくらかな。

よしこ：実際に図をかいて角の大きさを測ってみたら，さっきの∠XOYの半分になったよ。そういえば，<u>1つの弧に対する円周角は，その弧に対する中心角の半分である</u>って習ったよね。

ひろし：つまり，式で表すと $\angle XZY = \frac{1}{2}\angle XOY$ となるんだね。

よしこ：面白いね。では次はどこか2つのゴンドラの距離を求めてみようよ。いま，最高地点にあるものをゴンドラ①，5分後に最高地点にあるものをゴンドラ②とする。この2つのゴンドラの距離を求めよ，なんてどうかな。さっきの**図1**だとどうなるかな。

ひろし：2点間の距離だね。1周15分だから。……できた。2点間の距離は $\boxed{\text{イ}}$ mだ。

先　生：ひろしさんとよしこさんのグループはどんな問題を考えましたか。なるほど，観覧車を円と考え，角の大きさや距離を求める問題ですね。答えも合っていますね。次はどんな問題を考えてみますか。

よしこ：はい。面積を求める問題を考えてみます。点Oを対称の中心として，ゴンドラ②と点対称の位置にあるゴンドラをゴンドラ③とするとき，ゴンドラ①，②，③で三角形ができるから…。

ひろし：せっかくだから観覧車の回転する特徴も問題に取り入れたいな。でもゴンドラが移動するとごちゃごちゃしそうだし。先生，こんなときはどうしたらいいんですか。

先　生：図形の回転ですか。たとえば，ある瞬間のゴンドラ①の位置を点Pとし，t 分後のゴンドラ①の位置を点P′とするなど，文字でおいてみてはどうですか。もちろん，観覧車は一定の速さで，一定の方向に回転していますね。

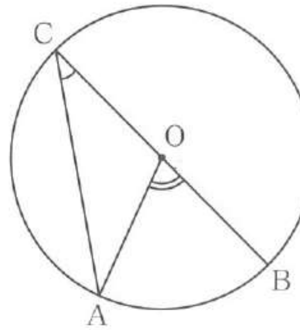
ひろし：わかりました。ゴンドラ②，③も同様に考えて，問題をつくってみます。

1　$\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イ}}$ に適当な数を入れ，会話文を完成させよ。

2　会話文中の下線部について，次の問いに答えよ。

図2は，線分BCを直径とする円Oの周上に点Aをとったものである。**図2**において，$\angle ACB = \frac{1}{2}\angle AOB$ が成り立つことを証明せよ。

図2



3　会話文中に出てきたゴンドラ①，②，③について，ひろしさんとよしこさんは次の問題をつくった。

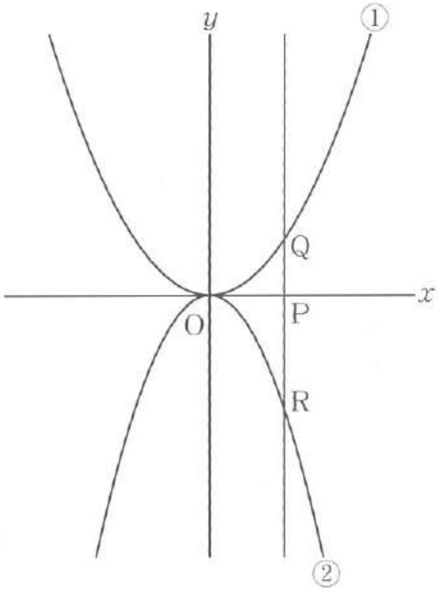
> ある瞬間のゴンドラ①，②，③の位置をそれぞれ点P，Q，Rとする。観覧車が回転し，ある瞬間から t 分後のゴンドラ①，②，③の位置をそれぞれ点P′，Q′，R′とする。線分QRとP′R′が初めて平行になるとき，3点P，O，P′を結んでできる三角形の∠POP′の大きさと t の値をそれぞれ求めよ。また，そのときの△PP′Qの面積を求めよ。

この問題について，次の(1)，(2)の問いに答えよ。

(1)　3点P，O，P′を結んでできる三角形の∠POP′の大きさと t の値をそれぞれ求めよ。

(2)　△PP′Qの面積は何 m^2 か。

5 右の図は，2つの関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ …① と $y=-x^2$ …② のグラフである。点Pは x 軸上を動き，点Pの x 座標を t とする。ただし，$t>0$ とする。図のように，点Pを通り x 軸に垂直な直線が関数①のグラフと交わる点をQ，関数②のグラフと交わる点をRとする。また，点Oは原点である。次の1～3の問いに答えなさい。



1　$t=2$ のとき，点Qの座標を求めよ。

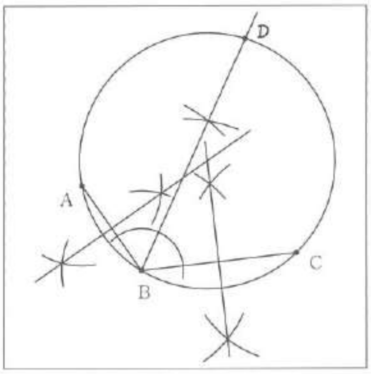
2　$QR=\frac{27}{8}$ になるとき，t の値を求めよ。

3　点Rを通り，x 軸に平行な直線が関数②のグラフと交わる点のうち，Rでない点をSとする。△OSRが直角二等辺三角形となるとき，次の(1)，(2)の問いに答えよ。

(1)　点Rの座標を求めよ。

(2)　直線ORと関数①のグラフの交点のうち，Oでない点をTとする。△QTRを直線TRを軸として1回転させてできる立体の体積を求めよ。ただし，円周率は π とし，求め方や計算過程も書くこと。

数 学 解 答 例

大問	配点		小問	解答例
1	27点	3点	1(1)	8
		3点	(2)	2
		3点	(3)	$4\sqrt{3}$
		3点	(4)	エ
		3点	(5)	ア
		3点	2	$(y=)\ -\dfrac{6}{x}$
		3点	3	3, 4, 5
		3点	4	4
		3点	5	イ, ウ, キ
2	17点	3点	1	22（度）
		3点	2	$\dfrac{3}{8}$
		3点	3	$(x=)\ 2\pm\sqrt{3}$
		4点	4	4 
		4点	5	5（下記）
3	13点	3点	1	60.6（点）
		4点	2(1)	ア ③　イ ①
		3点	(2)	59.3（点）
		3点	3	51（点）
4	17点	3点	1ア	10
		3点	イ	$30\sqrt{3}$
		4点	2	2（下記）
		3点	3(1)	120（度），$(t=)\ 5$
		4点	(2)	$675\sqrt{3}$（m^2）
5	16点	3点	1	Q(2, 2)
		3点	2	$(t=)\ \dfrac{3}{2}$
		4点	3(1)	R(1, −1)
		6点	(2)	3(2)（下記）

2　5

（式と計算）

$$\begin{cases} x+y=50 & \cdots① \\ \dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{3}=23 & \cdots② \end{cases}$$

$$\begin{array}{lrl} ①\times2 & & 2x+2y=100 \\ ②\times6 & -) & 3x+2y=138 \\ \hline & & -x=-38 \\ & & x=38 \quad \cdots③ \end{array}$$

③を①に代入すると

$$38+y=50$$
$$y=12$$

（答）（A さんが最初に持っていた鉛筆）38（本），
（B さんが最初に持っていた鉛筆）12（本）

4　2

（証明）

$\angle ACB=\angle a$ とする。
$\triangle OAC$ は二等辺三角形であるから，
$\angle OCA=\angle OAC=\angle a$
$\angle AOB$ は $\triangle OAC$ の外角であるから，
$\angle AOB=\angle OCA+\angle OAC=2\angle a$
したがって，$\angle AOB=2\angle ACB$
すなわち，$\angle ACB=\dfrac{1}{2}\angle AOB$

5　3(2)

（求め方や計算）

(1)より，$t=1$ であるから $Q\left(1,\ \dfrac{1}{2}\right)$，$R(1,\ -1)$ である。

よって　$QR=\dfrac{3}{2}$

直線 TR の方程式は，$y=-x$ であるから
直線 TR と関数①のグラフとの交点の x 座標は

$$\frac{1}{2}x^2=-x$$

$x(x+2)=0$ より　$x=0,\ x=-2$

T の x 座標は　$x=-2$　　よって　$T(-2,\ 2)$
これより　$TR=\sqrt{3^2+3^2}=3\sqrt{2}$
点 Q から辺 TR へ垂線 QH をひくと
$\triangle QHR$ は $\angle HRQ=45^\circ$ の直角二等辺三角形となるので

$QH : QR = 1 : \sqrt{2}$

$QH : \dfrac{3}{2} = 1 : \sqrt{2}$　これより　$QH=\dfrac{3}{2\sqrt{2}}$

求める体積は

$$\begin{aligned} &\frac{1}{3}\times QH^2\times\pi\times TH+\frac{1}{3}\times QH^2\times\pi\times HR \\ &=\frac{1}{3}\times QH^2\times\pi\times(TH+HR) \\ &=\frac{1}{3}\times QH^2\times\pi\times TR \\ &=\frac{1}{3}\times\frac{9}{8}\pi\times3\sqrt{2}=\frac{9\sqrt{2}}{8}\pi \end{aligned}$$

（答）$\dfrac{9\sqrt{2}}{8}\pi$