

令和2年度A日程
学力検査問題

③

数 学

注 意

- 1 開始の合図があるまで問題用紙を開いてはいけません。
- 2 解答用紙は問題用紙の中に挟んであります。
- 3 問題用紙は表紙を除いて7ページで、問題は1から6まであります。
- 4 開始の合図があったら、まず、問題用紙および解答用紙の所定の欄に
受検番号を書きなさい。
- 5 答えはすべて**解答用紙の指定された欄**に、最も簡単な形で書きなさい。

受 検 番 号

1 次の(1)～(8)の問いに答えなさい。

(1) 次の①～④を計算せよ。

① $-5 - 4 + 7$

② $\frac{2x+y}{4} - \frac{x-2y}{6}$

③ $24a^2b^2 \div (-6b^3) \div 2ab$

④ $\sqrt{75} - \frac{9}{\sqrt{3}}$

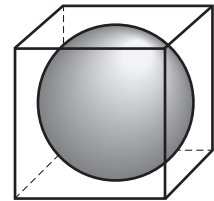
(2) 周の長さが a cm の長方形において、縦の長さを 5 cm としたときの横の長さを b cm とする。
このとき、 b を a の式で表せ。

(3) 4%の食塩水と9%の食塩水がある。この2つの食塩水を混ぜ合わせて、6%の食塩水を 600 g 作りたい。4%の食塩水は何 g 必要か。

(4) 2次方程式 $2x^2 + 7x + 1 = 0$ を解け。

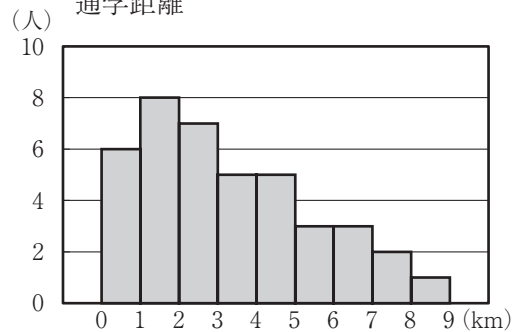
- (5) 関数 $y = -x^2$ について、 x の変域が $-2 \leq x \leq 3$ のとき、 y の変域は $a \leq y \leq b$ である。このときの a 、 b の値を求めよ。

- (6) 右の図のように、1 辺の長さが 12 cm の立方体のすべての面に接している球がある。この球の体積を求めよ。ただし、円周率は π を用いること。



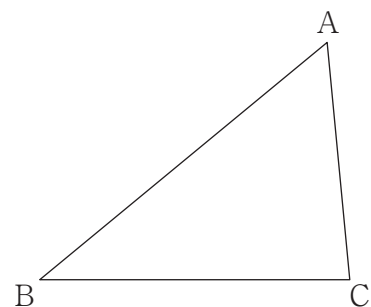
- (7) 右のグラフは、ある中学校の学級の生徒 40 人について通学距離を調べ、その結果をヒストグラムで表したものである。このヒストグラムでは、例えば、通学距離が 2 km 以上 3 km 未満の生徒が 7 人いることがわかる。また、この生徒 40 人の通学距離の平均値は、3.3 km であった。

ある中学校の学級の生徒 40 人の通学距離



このヒストグラムにおいて、平均値である 3.3 km を a 、中央値を b 、最頻値を c とするとき、 a 、 b 、 c の大小を、不等号を使って表せ。

- (8) 下の図のような、三角形 ABC がある。 $\angle B$ の二等分線上にあって、点 A からの距離が最も短い点 P を、定規とコンパスを使い、作図によって求めよ。ただし、定規は直線をひくときに使い、長さを測ったり角度を利用したりしないこととする。なお、作図に使った線は消さずに残しておくこと。



2 あすかさんは、規則的に並んだ整数の和で、いろいろな整数を表すことを考えた。例えば、48は、 $15 + 16 + 17 = 48$ のように、連続する3つの整数の和で表すことができる。このことについて、次の(1)～(3)の問いに答えなさい。

- (1) 48は、連続する4つの奇数の和でも表すことができる。次の【あすかさんのノート】は、あすかさんが文字式を使って、和が48になる連続する4つの奇数を求める問題を、正しく解いたノートの一部である。【あすかさんのノート】中の , , に当てはまる文字式を、それぞれ書け。

【あすかさんのノート】

[解答]

n を整数とする。連続する4つの奇数のうち、最も小さい奇数を $2n + 1$ とおくと、連続する4つの奇数は、小さい順に $2n + 1$, , , と、それぞれ n を使って表すことができる。

この4つの奇数の和が48なので、

$$(2n + 1) + (\text{ア}) + (\text{イ}) + (\text{ウ}) = 48$$
$$8n + 16 = 48$$
$$n = 4$$

したがって、和が48になる連続する4つの奇数は、9, 11, 13, 15である。

- (2) 280は、連続する5つの整数の和で表すことができる。このとき、和が280になる連続する5つの整数のうち、最も小さい整数を求めよ。
- (3) 280は、連続する3つの偶数の和では表すことができない。その理由を、 n を使った文字式を用いて、言葉と式を使って説明せよ。ただし、 n は整数とする。

- 3 図1のように、円Oの周上に3点A, B, Cをとり、三角形ABCをつくる。半径OBと辺BCでできる $\angle OBC$ を $\angle x$ とする。また、弧BCに対する円周角 $\angle BAC$ を $\angle y$ とする。このとき、下の(1)・(2)の問いに答えなさい。

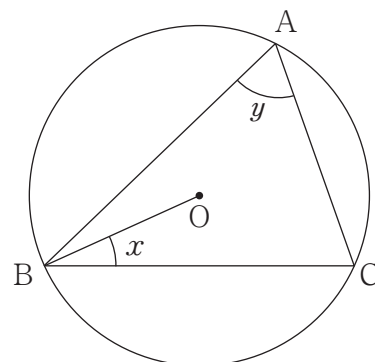


図1

- (1) $\angle y$ は鋭角とする。このとき、 $\angle x$ と $\angle y$ の関係は、 $\angle x + \angle y = 90^\circ$ という式で表すことができる。このことを説明するために、図2のように、線分BDが直径となるような点Dを円Oの周上にとり、点Cと点Dを結ぶ。

$\angle x + \angle y = 90^\circ$ が成り立つ理由を、図2を用いて言葉と式で説明せよ。

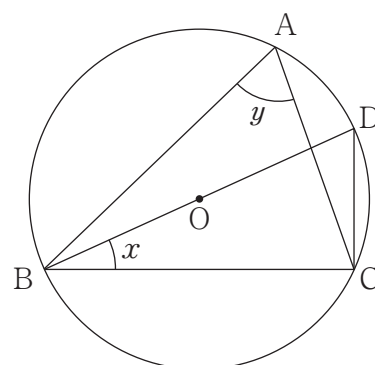


図2

- (2) $\angle y$ を鈍角とすると、図1の三角形ABCは、図3のようになる。このとき、 $\angle x$ と $\angle y$ の関係は、どのような式で表すことができるか。 $\angle x$ と $\angle y$ を使った式で答えよ。

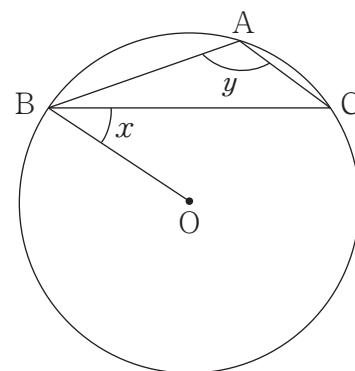


図3

4 図1のような、一方の面が白色、もう一方の面が黒色の円盤状のこまが6枚ある。この6枚のこまを、六角形ABCDEFの各頂点上に、図2のように白色の面を上にして1枚ずつ置き、頂点Aから順に、こまA、こまB、こまC、こまD、こまE、こまFとする。1つのさいころを2回投げ、下の【手順】にしたがって、さいころの出た目の数だけこまをうら返す。このとき、下の(1)・(2)の問いに答えなさい。



図1

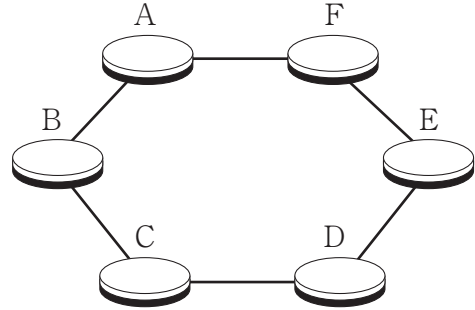
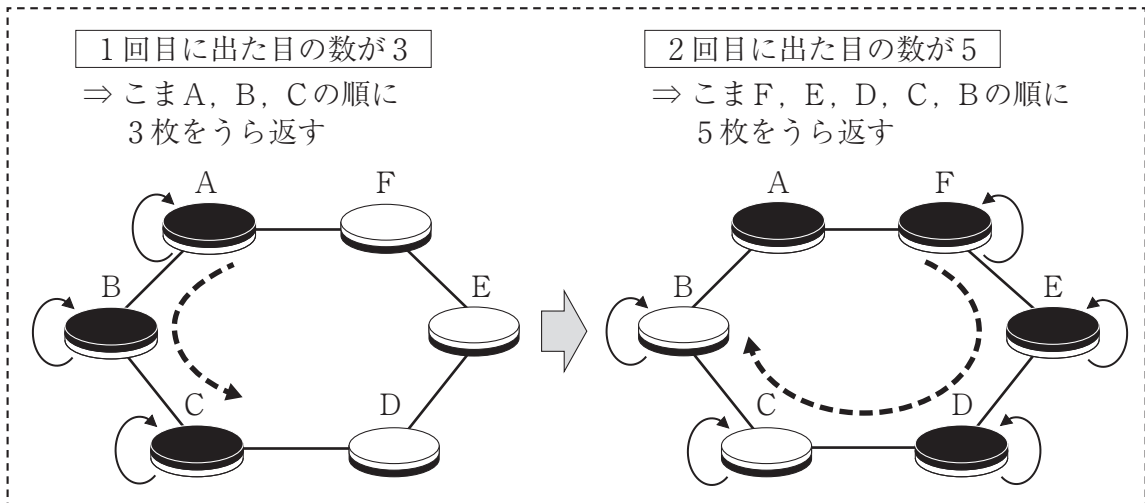


図2

【手順】

- ① 1回目に出た目の数だけ、こまAから左回りに、順にこまをうら返す。
- ② 2回目に出た目の数だけ、こまFから右回りに、順にこまをうら返す。

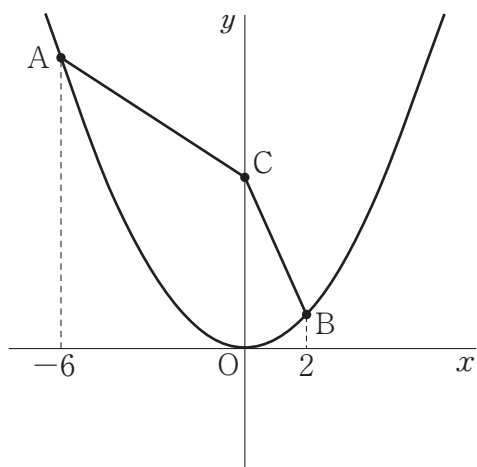
〔例〕 1回目に出た目の数が3、2回目に出た目の数が5のときは、次のように各頂点上のこまをうら返し、こまA、D、E、Fの上の面が黒色、こまB、Cの上の面が白色となる。



- (1) 6枚のこまの上の面がすべて黒色となる確率を求めよ。
- (2) こまEの上の面が白色となる確率を求めよ。

5 下の図は、関数 $y = \frac{1}{4}x^2$ のグラフで、点A、Bはこのグラフ上の点であり、点A、Bの x 座標はそれぞれ -6 、 2 である。 y 軸上に点Cをとり、点Aと点C、点Bと点Cをそれぞれ結ぶ。このとき、次の (1)～(3) の問いに答えなさい。

- (1) 点Aの座標を求めよ。
- (2) 線分ACと線分BCの長さの和 $AC + CB$ を考える。
 $AC + CB$ が最小となる点Cの座標を求めよ。
- (3) 2点A、Bから y 軸へそれぞれ垂線をひき、 y 軸との交点をそれぞれD、Eとする。ただし、点Cは線分DE上の点とする。

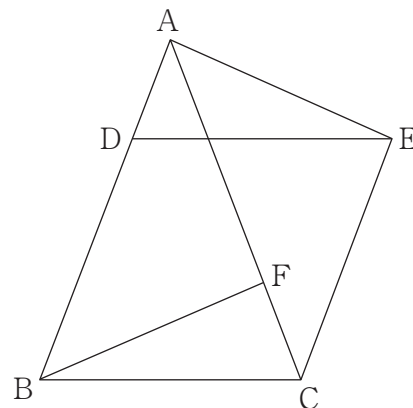


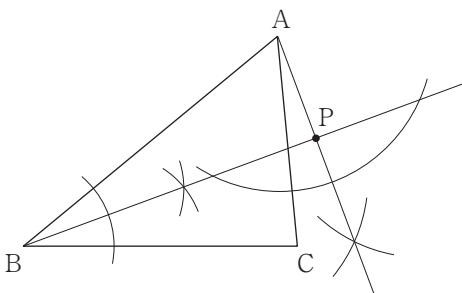
三角形ACDと三角形CEBについて、 y 軸を軸として1回転させたときにできる立体の体積をそれぞれ考える。三角形ACDを1回転させてできる立体の体積が、三角形CEBを1回転させてできる立体の体積の7倍となるときの線分CEの長さを求めよ。

6 下の図のように、 $AB = AC$ 、 $AB > BC$ の二等辺三角形 ABC がある。この二等辺三角形の辺 AB 上に $BC = BD$ となる点 D をとり、線分 BD を1辺とするひし形 $BCED$ をつくる。辺 AC 上に $AD = CF$ となる点 F をとり、点 B と点 F 、点 A と点 E をそれぞれ結ぶ。このとき、次の(1)・(2)の問いに答えなさい。

(1) $\triangle ADE \equiv \triangle FCB$ を証明せよ。

(2) 線分 BF を点 F の方向へ延長し、線分 CE との交点を G とする。 $AB = 7\text{ cm}$ 、 $BC = 5\text{ cm}$ のとき、ひし形 $BCED$ の面積は、三角形 CGF の面積の何倍か。



問題	正	答	配	点	問題	正	答	配	点	
1	(1)	①	-2	各2	22	3	(例) 弧BCに対する円周角は等しいので $\angle BDC = \angle BAC = \angle y \dots \dots \textcircled{1}$ $\angle BCD$ は半円の弧に対する円周角なので $\angle BCD = 90^\circ \dots \dots \textcircled{2}$ $\triangle BCD$ において、内角の和は 180° だから、 $\textcircled{2}$ より $\angle DBC + \angle BDC = 90^\circ \dots \dots \textcircled{3}$ $\textcircled{1}$, $\textcircled{3}$ より $\angle x + \angle y = 90^\circ$	3	5	
		②	$\frac{4x+7y}{12}$					(2)	$\angle y - \angle x = 90^\circ$	2
		③	$-\frac{2a}{b^2}$							
		④	$2\sqrt{3}$							
	(2)	$b = \frac{a-10}{2}$								
	(3)	360 g								
	(4)	$x = \frac{-7 \pm \sqrt{41}}{4}$								
	(5)	$a = -9, b = 0$								
(6)	$288\pi \text{ cm}^3$									
(7)	$c < b < a$									
(8)	(例)									
2	(1)	ア	$2n+3$	2	6	(1)	【証明】(例) $\triangle ADE$ と $\triangle FCB$ において 仮定より $AD = FC \dots \dots \textcircled{1}$ ひし形BCEDの辺の長さは等しいから $DE = CB \dots \dots \textcircled{2}$ $\triangle ABC$ は二等辺三角形であるから $\angle ABC = \angle ACB \dots \dots \textcircled{3}$ ひし形BCEDの向かい合う辺は平行で、その同位角は等しいから $\angle ADE = \angle ABC \dots \dots \textcircled{4}$ $\textcircled{3}$, $\textcircled{4}$ より $\angle ADE = \angle FCB \dots \dots \textcircled{5}$ $\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$, $\textcircled{5}$ より 2組の辺とその間の角がそれぞれ等しい。 したがって $\triangle ADE \equiv \triangle FCB$	3	5	
		イ	$2n+5$							
		ウ	$2n+7$							
	(2)	54	2	(2)		$\frac{25}{2}$ 倍	2			
(3)	(例) 連続する3つの偶数のうち、最も小さい偶数を $2n$ とおくと、連続する3つの偶数は、小さい順に $2n, 2n+2, 2n+4$ と表すことができる。 この3つの偶数の和が280なので $2n + (2n+2) + (2n+4) = 280$ $6n + 6 = 280$ $3n = 137$ $n = \frac{137}{3}$ このとき、 $2n, 2n+2, 2n+4$ はどれも偶数にならない。 したがって、280は連続する3つの偶数の和で表すことができない。	3	7							

令和2年度B日程
学力検査問題

②

数 学

注 意

- 1 開始の合図があるまで問題用紙を開いてはいけません。
- 2 解答用紙は問題用紙の中に挟んであります。
- 3 問題用紙は表紙を除いて5ページで、問題は1から4まであります。
- 4 開始の合図があったら、まず、問題用紙および解答用紙の所定の欄に
受検番号を書きなさい。
- 5 答えはすべて**解答用紙の指定された欄**に、最も簡単な形で書きなさい。

受 検 番 号

1 次の(1)～(6)の問いに答えなさい。

(1) 次の①～④を計算せよ。

① $8 - 12 - (-5)$

② $4 - 2 \times (-3)^2$

③ $8ab \times (-7a) \div 14b$

④ $\sqrt{27} + 4\sqrt{6} \div \sqrt{2}$

(2) ある地点から、時速 40 km の車に a 時間乗り、さらに時速 4 km で b 時間歩いて、84 km 離れた目的地に着いた。このとき、 b を a の式で表せ。

(3) 2 次方程式 $4x^2 - 25 = 0$ を解け。

- (4) 変数 x, y について, x と y の関係を表した次の式のうち, y が x に反比例するときになり立つ式はどれか。次のア～エからすべて選び, その記号を書け。

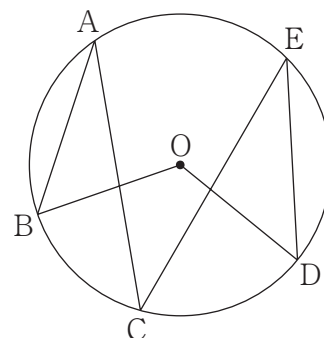
ア $y = -\frac{4}{x}$

イ $y = \frac{x}{4}$

ウ $y = -4x$

エ $xy = 4$

- (5) 右の図のように, 点 A, B, C, D, E は円 O の周上にあり, $\angle BAC = 28^\circ$, $\angle BOD = 124^\circ$ である。このとき, $\angle CED$ の大きさは何度か。

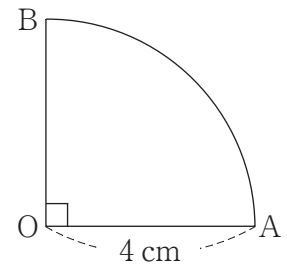


- (6) 2つのさいころ A, B を投げるとき, さいころ A の出た目の数を a , さいころ B の出た目の数を b とする。このとき, 積 ab が偶数となる確率を求めよ。ただし, さいころはどの目が出ることも同様に確からしいものとする。

2 下の図のように、半径 4 cm、中心角 90° のおうぎ形 OAB がある。このとき、次の (1)・(2) の問いに答えなさい。

- (1) おうぎ形 OAB の半径の長さを 2 倍にしたとき、弧の長さ
面積について述べた文として正しいものを、次の **ア**~**エ** から 1 つ
選び、その記号を書け。

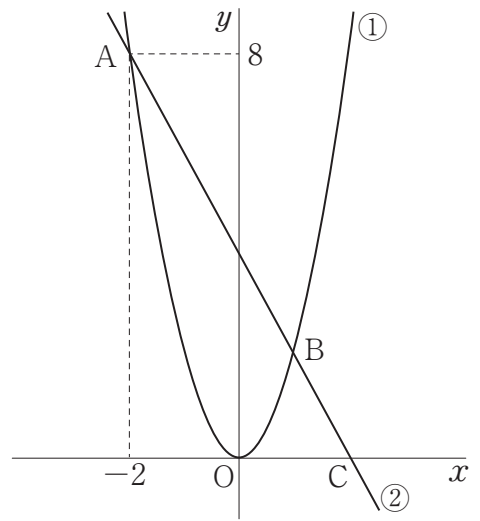
- ア 弧の長さ、面積ともに 2 倍となる。
- イ 弧の長さは 2 倍となり、面積は 4 倍となる。
- ウ 弧の長さは 4 倍となり、面積は 2 倍となる。
- エ 弧の長さ、面積ともに 4 倍となる。



- (2) 線分 BO を軸として 1 回転させてできる立体の体積を求めよ。
ただし、円周率は π を用いること。

3 下の図において、①は関数 $y = ax^2$ ($a > 0$) のグラフで、②は右下がりの直線である。①と②は2点A, Bで交わり、点Aの座標は $(-2, 8)$ で、点Bの x 座標は正とする。また、直線ABと x 軸の交点をCとする。 $AB : BC = 3 : 1$ のとき、次の(1)~(3)の問いに答えなさい。

- (1) a の値を求めよ。
- (2) 2点A, Bを通る直線の式を求めよ。
- (3) 三角形OABの辺上および内部にあり、 x 座標と y 座標がともに整数である点は全部で何個あるか。



4 あきらさんは、数学の授業で出された、次の〔問題〕に取り組んだ。下の【あきらさんのノート】は、あきらさんが文字式を使って正しく解答したノートの一部である。このとき、下の(1)・(2)の問いに答えなさい。

〔問題〕

a を一の位の数字が0でない2けたの自然数とし、 b を a の十の位の数字と一の位の数字を入れかえた2けたの自然数とする。このとき、 $4a + 5b$ は9の倍数になることを説明せよ。

【あきらさんのノート】

〔解答〕

2けたの自然数 a の十の位の数字を x 、一の位の数字を y とすると、 a は 、 b は と表すことができる。

このとき、 $4a + 5b$ を計算すると、

(1) ・ に当てはまる文字式を、それぞれ書け。

(2) には、解答の続きが入る。 に入る内容を、言葉と式を使って書き、説明を完成させよ。

問 題		正 答		配 点	
1	(1)	①	1	各 3	27
		②	-14		
		③	$-4a^2$		
		④	$7\sqrt{3}$		
	(2)	$b = 21 - 10a$			
	(3)	$x = \pm \frac{5}{2}$			
	(4)	ア, エ			
(5)	34 度				
(6)	$\frac{3}{4}$				
2	(1)	イ		各 3	6
	(2)	$\frac{128}{3}\pi \text{ cm}^3$			
3	(1)	$a = 2$		3	10
	(2)	$y = -2x + 4$		3	
	(3)	10 個		4	
4	(1)	ア	$10x + y$	3	7
		イ	$10y + x$		
(2)	(例) $4(10x + y) + 5(10y + x)$ $= 40x + 4y + 50y + 5x$ $= 45x + 54y$ $= 9(5x + 6y)$ $5x + 6y$ は整数だから, $9(5x + 6y)$ は 9 の 倍数である。 よって, $4a + 5b$ は 9 の倍数である。		4		