

## 令和 2 年度 香川県立高校

問題 1 次の(1)~(7)の問いに答えなさい。

(1)  $10 \div (-2) + 4$  を計算せよ。

(2)  $a = -3$  のとき、 $a^2 - 4$  の値を求めよ。

(3)  $9 \times \frac{2x - 1}{3}$  を計算せよ。

(4)  $(x - 1) : x = 3 : 5$  が成り立つとき、 $x$  の値を求めよ。

(5)  $(3\sqrt{2} + 1)(3\sqrt{2} - 1)$  を計算せよ。

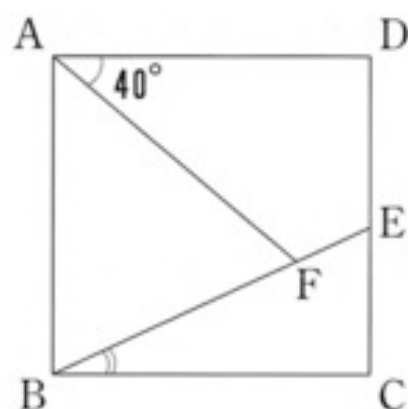
(6)  $x(x + 1) - 3(x + 5)$  を因数分解せよ。

(7)  $\sqrt{180a}$  が自然数となるような自然数  $a$  のうち、最も小さい数を求めよ。

問題 2 次の(1)~(3)の問いに答えなさい。

- (1) 右の図のような、正方形 ABCD がある。辺 CD 上に、2 点 C、D と異なる点 E をとり、点 B と点 E を結ぶ。線分 BE 上に、点 B と異なる点 F を、 $AB = AF$  となるようにとり、点 A と点 F を結ぶ。

$\angle DAF = 40^\circ$  であるとき、 $\angle EBC$  の大きさは何度か。



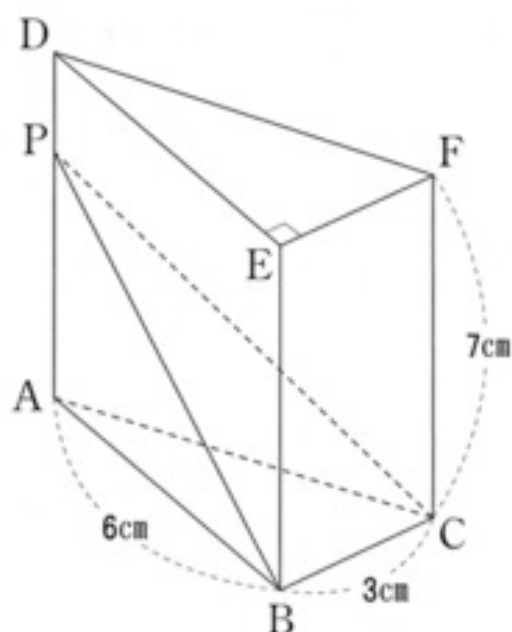
- (2) 右の図のような三角柱があり、 $AB = 6\text{ cm}$ 、 $BC = 3\text{ cm}$ 、 $CF = 7\text{ cm}$ 、 $\angle DEF = 90^\circ$  である。辺 AD 上に点 P をとり、点 P と点 B、点 P と点 C をそれぞれ結ぶ。

三角すい PABC の体積が  $15\text{ cm}^3$  であるとき、次のア、イの問いに答えよ。

ア 次の㉠~㉤の辺のうち、辺 BC とねじれの位置にある辺はどれか。正しいものを 1 つ選んで、その記号を書け。

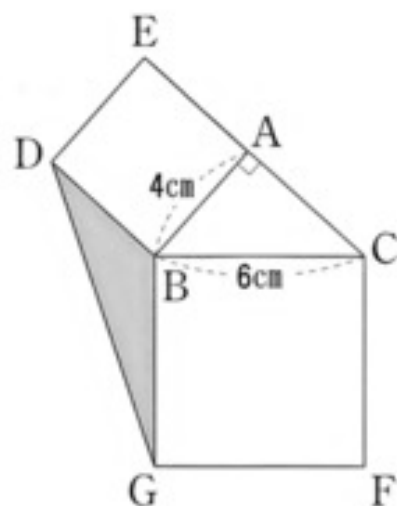
- ㉠ 辺 EF                      ㉡ 辺 DF  
 ㉢ 辺 AC                      ㉣ 辺 BE

イ 線分 PB の長さは何 cm か。



- (3) 右の図のように、 $\angle BAC = 90^\circ$  の直角三角形 ABC があり、辺 AB を 1 辺にもつ正方形 ABDE と、辺 BC を 1 辺にもつ正方形 BCFG を、それぞれ直角三角形 ABC の外側につくる。また、点 D と点 G を結ぶ。

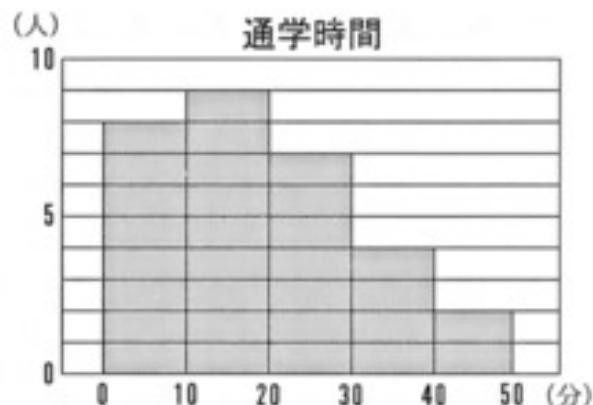
$AB = 4\text{ cm}$ 、 $BC = 6\text{ cm}$  であるとき、 $\triangle BDG$  の面積は何  $\text{cm}^2$  か。



問題 3 次の(1)~(4)の問いに答えなさい。

(1) 1から6までのどの目が出ることも、同様に確からしい2つのさいころA, Bがある。この2つのさいころを同時に投げるとき、2つの目の数の積が9以下になる確率を求めよ。

(2) 右の図は、花子さんのクラスの生徒30人について、通学時間をヒストグラムに表したものである。このヒストグラムでは、たとえば、通学時間が30分以上40分未満である生徒が4人いることを表している。このヒストグラムから、この30人の通学時間の最頻値を求めると何分になるか。



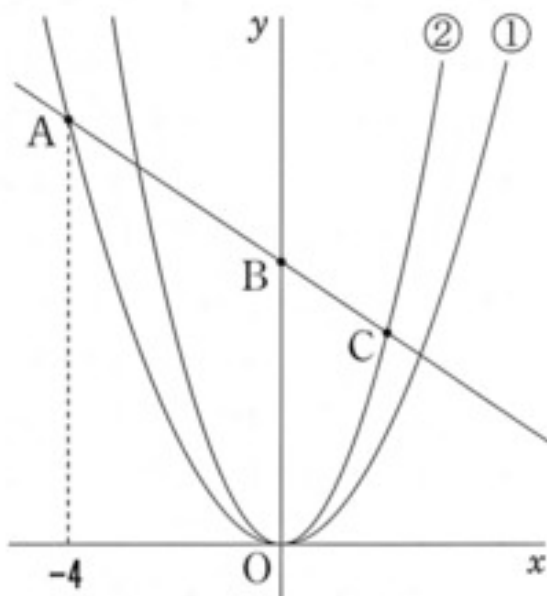
(3) 右の図で、点Oは原点であり、放物線①は関数  $y = \frac{1}{2}x^2$  のグラフで、放物線②は関数  $y = x^2$  のグラフである。

点Aは放物線①上の点で、そのx座標は-4である。点Bはy軸上の点で、そのy座標は正の数である。また、直線ABをひき、放物線②との交点のうち、x座標が正の数である点をCとする。

これについて、次のア、イの問いに答えよ。

ア 関数  $y = x^2$  について、xの値が1から4まで増加するときの変化の割合を求めよ。

イ  $AB : BC = 2 : 1$  であるとき、直線ABの式を求めよ。



(4) 太郎さんの所属するバレーボール部が、ある体育館で練習することになり、この練習に参加した部員でその利用料金を支払うことにした。その体育館の利用料金について、バレーボール部の部員全員から1人250円ずつ集金すれば、ちょうど支払うことができる予定であったが、その体育館で練習する日に、3人の部員が欠席したため、練習に参加した部員から1人280円ずつ集金して、利用料金を支払ったところ120円余った。このとき、バレーボール部の部員全員の人数は何人か。バレーボール部の部員全員の人数をx人として、xの値を求めよ。xの値を求める過程も、式と計算を含めて書け。

問題 4 次の(1), (2)の問いに答えなさい。

- (1) 平方数とは、自然数の2乗で表すことができる数である。たとえば、25は、 $5^2$ と表すことができるので平方数である。下の表は、1から20までの自然数  $n$  を左から順に並べ、平方数  $n^2$  と差  $n^2 - (n-1)^2$  のそれぞれの値をまとめようとしたものである。あとの文は、この表についての花子さんと太郎さんの会話の一部である。

これについて、あとのア、イの問いに答えよ。

自然数 $n$	1	2	3	4	5	6	7		16		20
平方数 $n^2$	1	4	9	16	25	36	49		256		400
差 $n^2 - (n-1)^2$	1	3	5	7	9	11	13		$a$		39

花子：表の1番下の段には、奇数が並んでいるね。

太郎：それは、差  $n^2 - (n-1)^2$  を計算すると、 $2n-1$  になるからだね。

花子：ところで、その差の中には、たとえば9のように、平方数が含まれているね。

太郎：その9は  $25 - 16 = 9$  で求めたね。

花子：そう、 $5^2 - 4^2 = 3^2$  であることから、 $3^2 + 4^2 = 5^2$  が成り立つよね。つまり、三平方の定理の逆から、3辺の長さが3、4、5の直角三角形が見つかるね。

太郎：そうか。その場合、 $2n-1$  が9のときの  $n$  の値は5で、 $n-1$  の値は4だから、3辺の長さが3、4、5の直角三角形が見つかるということだね。このようにすれば、他にも3辺の長さがすべて自然数の直角三角形を見つけることができそうだよ。

花子：差の  $2n-1$  が平方数になっているところに注目すればいいから、次は  $2n-1$  が25のときを考えてみようよ。このとき、 $n$  の値は13だから、 $5^2 + 12^2 = 13^2$  が成り立つことがわかるから、3辺の長さが5、12、13の直角三角形が見つかるね。

太郎：この方法で、その次に見つかる3辺の長さがすべて自然数の直角三角形は、 $2n-1$  が49のときだから、その場合は3辺の長さが  の直角三角形だね。

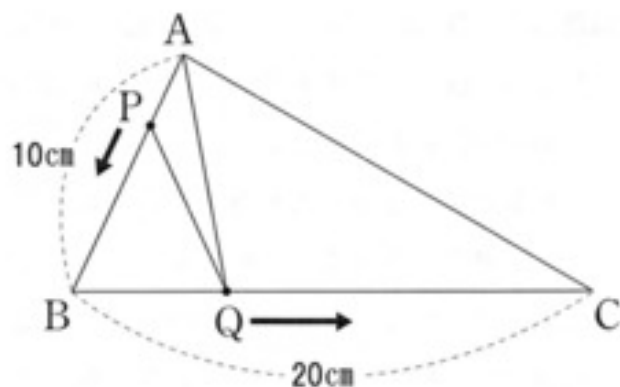
ア 表中の  $a$  の値を求めよ。

イ 会話文中のPの  内にあてはまる3つの自然数を求めよ。

(2) 右の図のような  $\triangle ABC$  があり、 $AB = 10$  cm,

$BC = 20$  cm で、 $\triangle ABC$  の面積は  $90$   $\text{cm}^2$  である。

点  $P$  は、点  $A$  を出発して、毎秒  $1$  cm の速さで、辺  $AB$  上を点  $B$  まで動く点である。点  $Q$  は、点  $P$  が点  $A$  を出発するのと同時に点  $B$  を出発して、毎秒  $2$  cm の速さで、辺  $BC$  上を点  $C$  まで動く点である。



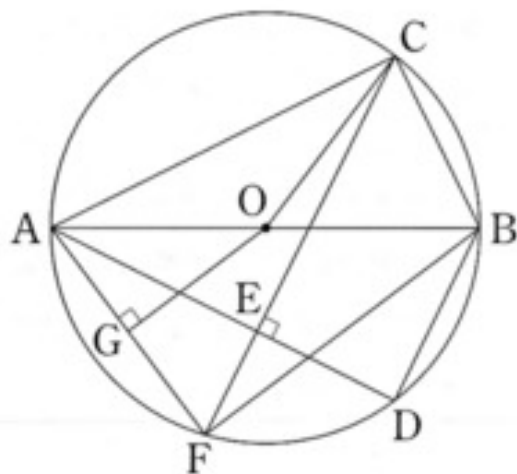
これについて、次のア～ウの問いに答えよ。

ア 点  $P$  が点  $A$  を出発してから  $3$  秒後にできる  $\triangle ABQ$  の面積は何  $\text{cm}^2$  か。

イ 点  $P$  が点  $A$  を出発してから  $x$  秒後にできる  $\triangle APQ$  の面積は何  $\text{cm}^2$  か。  $x$  を使った式で表せ。

ウ  $0 < x \leq 9$  とする。点  $P$  が点  $A$  を出発してから  $x$  秒後にできる  $\triangle APQ$  の面積に比べて、その  $1$  秒後にできる  $\triangle APQ$  の面積が  $3$  倍になるのは、 $x$  の値がいくらのときか。  $x$  の値を求める過程も、式と計算を含めて書け。

**問題 5** 右の図のような、線分  $AB$  を直径とする円  $O$  がある。点  $C$  は円周上の点で、 $\angle AOC$  は鈍角である。円  $O$  の円周上で、点  $C$  と異なる点  $D$  を、 $BC = BD$  となるようにとる。点  $C$  を通り、直線  $AD$  に垂線をひき、その交点を  $E$  とし、直線  $CE$  と円  $O$  との交点のうち、点  $C$  と異なる点を  $F$  とする。また、点  $O$  を通り、直線  $AF$  に垂線をひき、その交点を  $G$  とする。点  $B$  と点  $F$  を結ぶ。



このとき、次の(1)、(2)の問いに答えなさい。

(1)  $\triangle AGO \sim \triangle AFB$  であることを証明せよ。

(2) 直線  $AF$  と直線  $BD$  の交点を  $H$  とするとき、 $\triangle ABC \cong \triangle AHD$  であることを証明せよ。

問題番号	正 答		配 点		備 考	
			小問(標準)	大 問		
問題 1	(1)	- 1	1	計 13		
	(2)	5	2			
	(3)	$6x - 3$	2			
	(4)	$x = \frac{5}{2}$	2			
	(5)	17	2			
	(6)	$(x + 3)(x - 5)$	2			
	(7)	$a = 5$	2			
問題 2	(1)	25 度	2	計 8		
	(2)	ア	①			2
		イ	$\sqrt{61}$ cm			2
	(3)	$4\sqrt{5}$ cm <sup>2</sup>	2			
問題 3	(1)	$\frac{17}{36}$	2	計 11		
	(2)	15 分	2			
	(3)	ア	5			2
		イ	$y = -\frac{2}{3}x + \frac{16}{3}$			2
	(4)	<p><math>x</math>の値を求める過程(解答例)</p> <p>部員全員から1人250円ずつ集金すれば、ちょうど支払うことができるので、            体育館の利用料金は、<math>250x</math>円である。</p> <p>また、体育館で練習する日に集金した合計金額は、<math>280(x - 3)</math>円で、            利用料金を支払うと120円余るので、</p> $250x = 280(x - 3) - 120$ <p>これを解くと、<math>x = 32</math></p> <p style="text-align: right;">答 <math>x</math>の値 32</p>	3			
問題 4	(1)	ア	$a = 31$	2	計 11	
		イ	7, 24, 25	2		
	(2)	ア	27 cm <sup>2</sup>	2		
		イ	$\frac{9}{10}x^2$ cm <sup>2</sup>	2		
	(2)	ウ	<p><math>x</math>の値を求める過程(解答例)</p> <p>イの結果から、<math>x</math>秒後にできる△APQの面積は<math>\frac{9}{10}x^2</math>cm<sup>2</sup>である。</p> <p>その1秒後にできる△APQの面積は<math>90 \times \frac{2(x+1)}{20} \times \frac{(x+1)}{10} = \frac{9}{10}(x+1)^2</math>cm<sup>2</sup>である。</p> <p>したがって、<math>\frac{9}{10}x^2 \times 3 = \frac{9}{10}(x+1)^2</math></p> <p>整理すると、<math>2x^2 - 2x - 1 = 0</math> よって、<math>x = \frac{1 \pm \sqrt{3}}{2}</math></p> <p><math>0 &lt; x \leq 9</math>だから、<math>x = \frac{1 + \sqrt{3}}{2}</math>は問題にあうが、<math>x = \frac{1 - \sqrt{3}}{2}</math>は問題にあわない。</p> <p style="text-align: right;">答 <math>x</math>の値 <math>\frac{1 + \sqrt{3}}{2}</math></p>	3		

<p>問題 5</p> <p>(1)</p>	<p>証明(解答例)</p> <p><math>\triangle AGO</math> と <math>\triangle AFB</math> において、共通な角だから、  <math>\angle GAO = \angle FAB</math>……①          仮定より、<math>\angle AGO = 90^\circ</math> AB は直径だから、<math>\angle AFB = 90^\circ</math>          よって、<math>\angle AGO = \angle AFB</math>……②          ①、②より、2組の角がそれぞれ等しいから、<math>\triangle AGO \sim \triangle AFB</math></p>		3		
<p>(2)</p>	<p>証明(解答例)</p> <p><math>\triangle ABC</math> と <math>\triangle ABD</math> において、AB は共通          仮定より <math>BC = BD</math> AB は直径だから、<math>\angle ACB = \angle ADB = 90^\circ</math>          直角三角形の斜辺と他の1辺がそれぞれ等しいから、<math>\triangle ABC \cong \triangle ABD</math>          よって、<math>AC = AD</math>……①  <math>\triangle ABC</math> と <math>\triangle AHD</math> において、  <math>\angle ADH = 180^\circ - \angle ADB = 90^\circ</math> よって、<math>\angle ACB = \angle ADH</math>……②  <math>\widehat{AC}</math> に対する円周角は等しいから、<math>\angle ABC = \angle AFC</math>  <math>\angle AFC = \angle AFE</math> だから、<math>\angle ABC = \angle AFE</math>……③          また、仮定より、<math>\angle AEF = 90^\circ</math> よって、<math>\angle ACB = \angle AEF</math>……④  <math>\angle BAC = 180^\circ - \angle ACB - \angle ABC</math>, <math>\angle HAD = \angle FAE = 180^\circ - \angle AEF - \angle AFE</math>          ③、④より、<math>\angle BAC = \angle HAD</math>……⑤          ①、②、⑤より、1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから、<math>\triangle ABC \cong \triangle AHD</math></p>		4	計 7	