Ⅱ

令和２年度

Ⅱ　数　学

（10時10分～11時00分）

注　意

- ○　問題用紙は３枚（３ページ）あります。
- ○　解答用紙は**この用紙の裏面**です。
- ○　答えはすべて，解答用紙の所定の欄に記入しなさい。
- ○　解答用紙の□の欄には記入してはいけません。

注意
1 答えに$\sqrt{\ }$が含まれるときは，$\sqrt{\ }$をつけたままで答えなさい。
ただし，$\sqrt{\ }$の中はできるだけ小さい自然数にしなさい。
2 円周率はπを用いなさい。

1 次の（1），（2）の問いに答えなさい。

（1） 次の計算をしなさい。

① $-1-5$

② $(-12)\div\frac{4}{3}$

③ $3(2x-y)-(x-5y)$

④ $\sqrt{20}+\sqrt{5}$

（2） yはxに比例し，$x=3$のとき$y=-15$である。このとき，yをxの式で表しなさい。

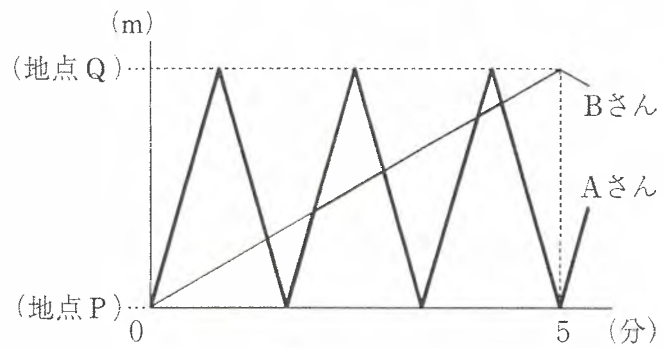
2 次の（1）～（5）の問いに答えなさい。

（1） 次の**ア**～**エ**のうち，「等式の両辺から同じ数や式をひいても，等式は成り立つ。」という等式の性質だけを使って，方程式を変形しているものを1つ選び，記号で答えなさい。

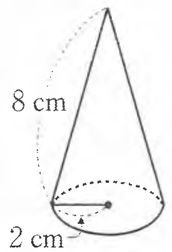
ア	イ	ウ	エ
$1-2(x+3)=5$	$3x+4=10$	$(x-2)^2=36$	$2x=4$
$-2x-5=5$	$3x=6$	$x-2=\pm6$	$x=2$

（2） ある工場で今月作られた製品の個数はa個で，先月作られた製品の個数より25％増えた。このとき，先月作られた製品の個数をaを使った式で表しなさい。

（3） まっすぐな道路上の2地点P，Q間を，Aさんと Bさんは同時に地点Pを出発し，休まずに一定の速さでくり返し往復する。右のグラフは，AさんとBさんが地点Pを出発してからの時間と地点Pからの距離の関係を，それぞれ表したものである。2人が出発してから5分後までの間に，AさんがBさんを追いこした回数は何回か，答えなさい。ただし，出発時は数えないものとする。



（4） 右の図のような，底面の半径が2 cm，母線が8 cmの円錐の側面積を求めなさい。

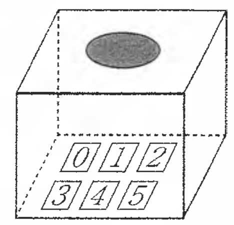


（5） 右の図のような，線分ABがある。
線分ABを斜辺とする直角二等辺三角形PABの辺PA，PBを定規とコンパスを用いて1つずつ作図しなさい。また，点Pの位置を示す文字Pも書きなさい。
ただし，作図に用いた線は消さないでおきなさい。

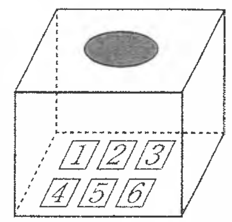
3 次の（1），（2）の問いに答えなさい。

（1） 右の図のように，Aの箱の中には0，1，2，3，4，5の数字が1つずつ書かれた6枚のカードが，Bの箱の中には1，2，3，4，5，6の数字が1つずつ書かれた6枚のカードが入っている。
Aの箱の中からカードを1枚取り出し，そのカードに書かれた数をaとし，Bの箱の中からカードを1枚取り出し，そのカードに書かれた数をbとする。
ただし，どのカードを取り出すことも同様に確からしいものとする。

Aの箱



Bの箱



① 積abが0となる場合は何通りあるか求めなさい。

② $\sqrt{ab}$の値が整数とならない確率を求めなさい。

（2） 袋の中に同じ大きさの赤球だけがたくさん入っている。標本調査を利用して袋の中の赤球の個数を調べるため，赤球だけが入っている袋の中に，赤球と同じ大きさの白球を400個入れ，次の<**実験**>を行った。

<**実験**>
袋の中をよくかき混ぜた後，その中から60個の球を無作為に抽出し，赤球と白球の個数を数えて袋の中にもどす。

この<**実験**>を5回行い，はじめに袋の中に入っていた赤球の個数を，**<実験>を5回行った結果の赤球と白球それぞれの個数の平均値をもとに推測する**ことにした。
下の**表**は，この<**実験**>を5回行った結果をまとめたものである。

表

	1回目	2回目	3回目	4回目	5回目
赤球の個数	38	43	42	37	40
白球の個数	22	17	18	23	20

① <**実験**>を5回行った結果の白球の個数の平均値を求めなさい。

② はじめに袋の中に入っていた赤球の個数を推測すると，どのようなことがいえるか。
次の**ア**，**イ**のうち，適切なものを1つ選び，解答用紙の（　　）の中に記号で答えなさい。
また，選んだ理由を，**根拠となる数値を示して**説明しなさい。

ア 袋の中の赤球の個数は640個**以上**であると考えられる。
イ 袋の中の赤球の個数は640個**未満**であると考えられる。

4　ゆうとさんは，家族へのプレゼントを購入するため，100 円硬貨，50 円硬貨，10 円硬貨で毎週 1 回同じ額を貯金することにした。12 回目の貯金をしたときにこの貯金でたまった硬貨の枚数を調べたところ，全部で 80 枚あり，その中に 100 円硬貨が 8 枚含まれていた。また，10 円硬貨の枚数は 50 円硬貨の枚数の 2 倍より 6 枚多かった。

このとき，次の（1），（2）の問いに答えなさい。

（1）　12 回目の貯金をしたときまでにこの貯金でたまった 50 円硬貨と 10 円硬貨の枚数は，それぞれ何枚か，求めなさい。

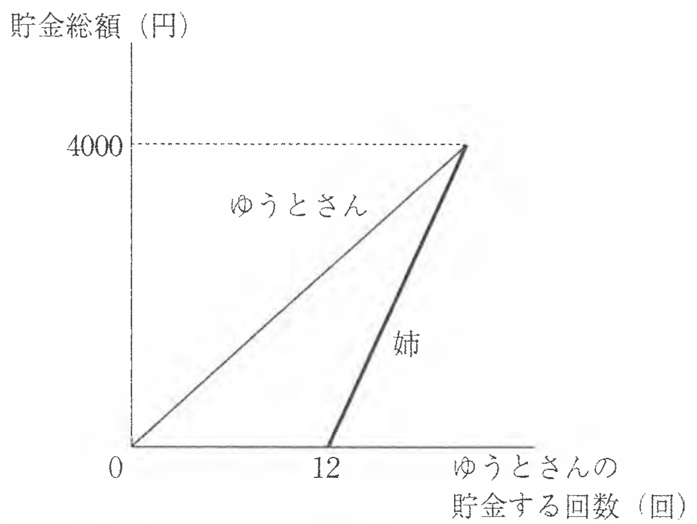
求める過程も書きなさい。

（2）　12 回目の貯金をしたときにゆうとさんがプレゼントの値段を調べると 8000 円だった。ゆうとさんは，姉に相談し，2 人で半額ずつ出しあい，姉にも次回から毎週 1 回ゆうとさんと同じ日に貯金してもらうことになった。ゆうとさんがこれまでの貯金を続け，それぞれの貯金総額が同じ日に 4000 円となるように，姉も毎回同じ額を貯金することにした。

下の**グラフ**は，ゆうとさんが姉と相談したときに作成したもので，ゆうとさんの貯金する回数と貯金総額の関係を表したものに，姉の貯金総額の変化のようすをかき入れたものである。

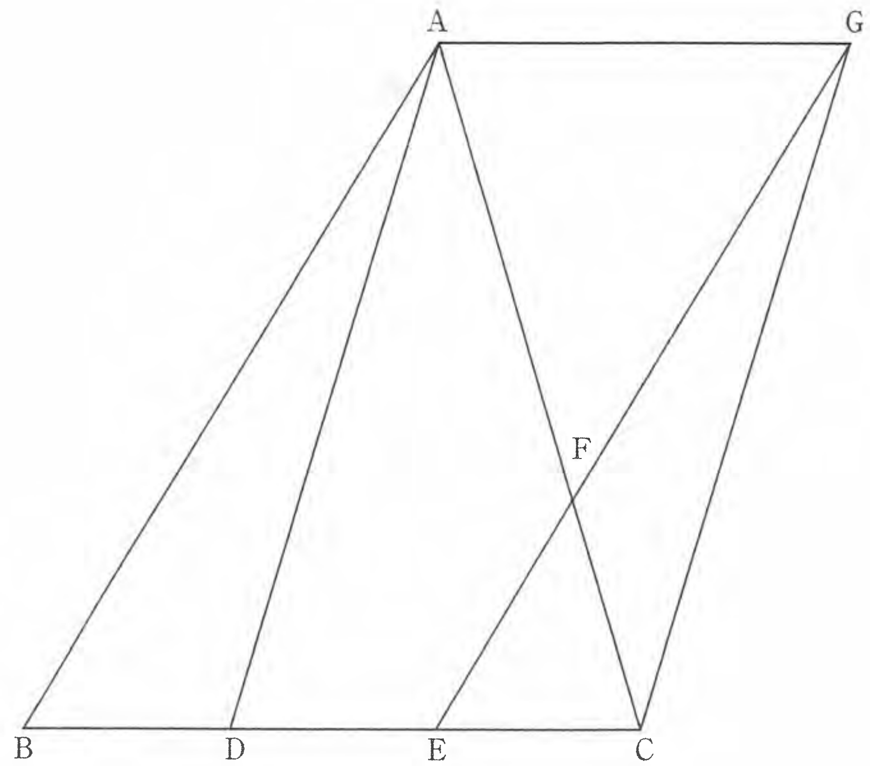
このとき，姉が 1 回につき貯金する額はいくらか，求めなさい。

グラフ



5　下の図のように，△ABC の辺 BC 上に，BD = DE = EC となる 2 点 D，E をとる。E を通り辺 AB に平行な直線と辺 AC との交点を F とする。また，直線 EF 上に，EG = 3EF となる点 G を直線 AC に対して E と反対側にとる。

このとき，四角形 ADCG は平行四辺形であることを証明しなさい。



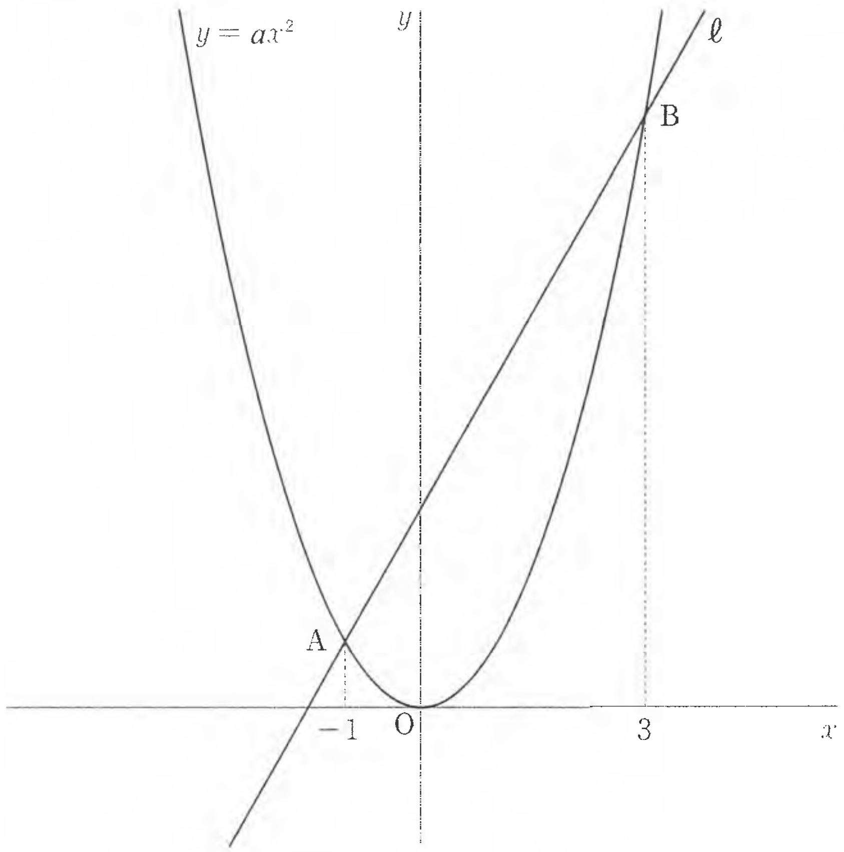
6 下の図のように，関数 $y=ax^2$ のグラフと直線 ℓ があり，2点A，Bで交わっている。
ℓ の式は $y=2x+3$ であり，A，Bの x 座標はそれぞれ -1，3である。
このとき，次の（1），（2）の問いに答えなさい。

（1） a の値を求めなさい。

（2） 直線 ℓ 上に点Pをとり，Pの x 座標を t とする。ただし，$0<t<3$ とする。
また，Pを通り y 軸に平行な直線を m とし，m と関数 $y=ax^2$ のグラフ，x 軸との交点をそれぞれQ，Rとする。
さらに，Pを通り x 軸に平行な直線と y 軸との交点をS，Qを通り x 軸に平行な直線と y 軸との交点をTとする。

① $t=1$ のとき，長方形STQPの周の長さを求めなさい。

② 長方形STQPの周の長さが，線分QRを1辺とする正方形の周の長さと等しいとき，t の値を求めなさい。

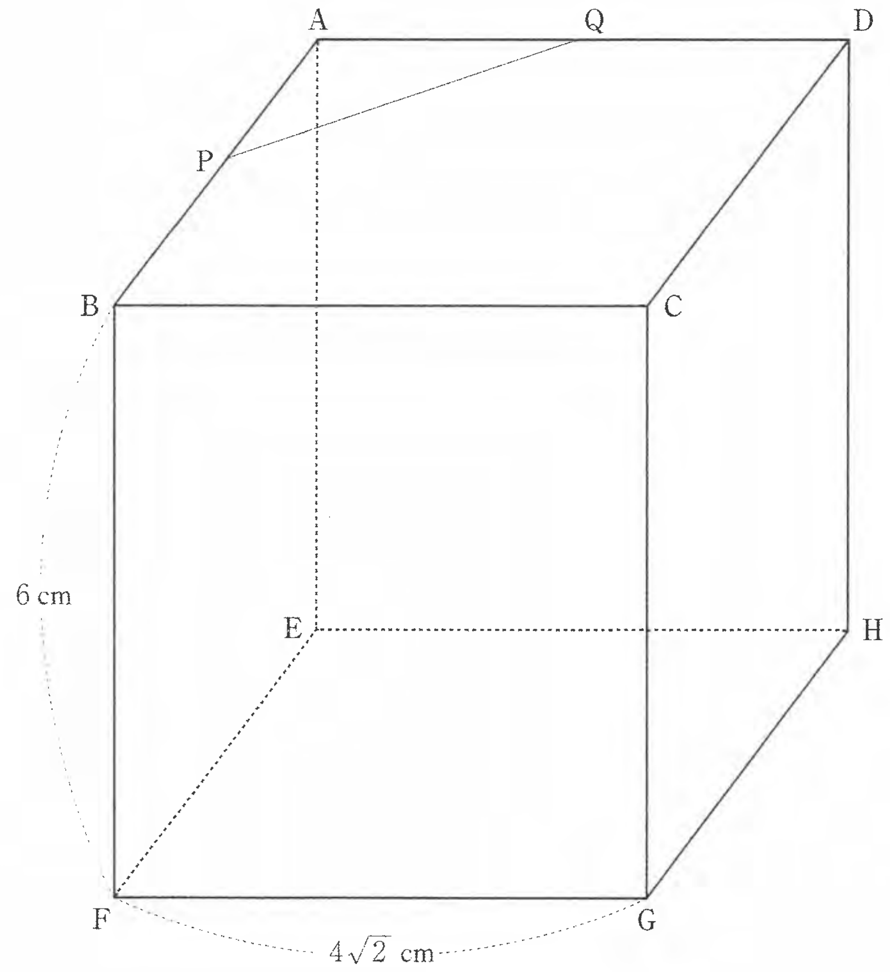


7 下の図のような，底面が1辺 $4\sqrt{2}$ cmの正方形で，高さが6cmの直方体がある。
辺AB，ADの中点をそれぞれP，Qとする。
このとき，次の（1）～（3）の問いに答えなさい。

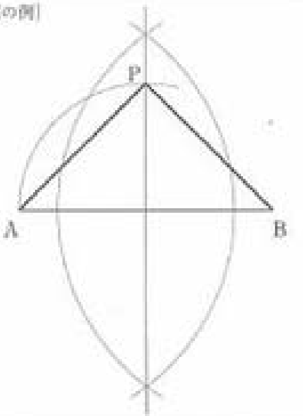
（1） 線分PQの長さを求めなさい。

（2） 四角形PFHQの面積を求めなさい。

（3） 線分FHと線分EGの交点をRとする。また，線分CRの中点をSとする。
このとき，Sを頂点とし，四角形PFHQを底面とする四角錐（すい）の体積を求めなさい。



2数

問題 大	問題 小		正解
1	(1)	①	-6
		②	-9
		③	$5x+2y$
		④	$3\sqrt{5}$
	(2)		$y=-5x$
2	(1)		イ
	(2)		$\frac{4}{5}a$ 個
	(3)		2 回
	(4)		16π cm²
	(5)		[作図の例] 
3	(1)	①	6 通り
		②	$\frac{23}{36}$
	(2)	①	20 個
		②	(ア) [理由の例] 実験を5回行った結果の赤球と白球それぞれの個数の平均値から，標本として抽出した60個の球のうち白球は20個，赤球は40個である。 この値をもとに推測すると，袋の中の赤球の個数はおよそ $400\times\frac{40}{20}=800$（個） したがって袋の中の赤球の個数は640個以上であると考えられる。
4	(1)		[求める過程の例] 12回目の貯金をしたときまでにこの貯金でたまった50円硬貨の枚数をx枚，10円硬貨の枚数をy枚とする。 枚数は全部で80枚あり，その中に100円硬貨が8枚含まれているから $8+x+y=80$ これを整理して $x+y=72$ ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・① 10円硬貨の枚数は，50円硬貨の枚数の2倍より6枚多いから $y=2x+6$ ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・② ①，②を連立方程式として解いて $x=22,\ y=50$ これらは問題に適している。 答 { 50円硬貨の枚数 22 枚 10円硬貨の枚数 50 枚
	(2)		500 円
5			[証明の例1] △ABDと△GECにおいて 仮定から　BD＝EC・・・・・・・・・・・・・・・・・・・① 仮定より，平行線の同位角は等しいから ∠ABD＝∠GEC・・・・・・・・・・・・・・・・・・・② AB//FEであるから，三角形と比の定理より AB：FE＝CB：CE＝3：1よって　AB＝3FE・・・・・③ 仮定から　GE＝3FE・・・・・・・・・・・・・・・・・・・④ ③，④より　AB＝GE・・・・・・・・・・・・・・・・・・・⑤ ①，②，⑤より，2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから △ABD≡△GEC したがって，AD＝GC・・・・・・・・・・・・・・・・・・・⑥ また，∠BDA＝∠ECGより，同位角が等しいから AD//GC・・・・・・・・・・・・・・・・・・・⑦ ⑥，⑦より，1組の対辺が平行でその長さが等しいから， 四角形ADCGは平行四辺形である。 [証明の例2] 四角形ABEGにおいて 仮定から　AB//GE・・・・・・・・・・・・・・・・・・・① AB//FEであるから，三角形と比の定理より AB：FE＝CB：CE＝3：1よって　AB＝3FE・・・・・② 仮定から　GE＝3FE・・・・・・・・・・・・・・・・・・・③ ②，③より　AB＝GE・・・・・・・・・・・・・・・・・・・④ ①，④より，1組の対辺が平行でその長さが等しいから， 四角形ABEGは平行四辺形である。 したがって，AG//BEから　AG//DC・・・・・・・・・・・⑤ また，平行四辺形の対辺は等しいから AG＝BE・・・・・・・・・・・・・・・・・・・⑥ BD＝DE＝ECより　BE＝DC・・・・・・・・・・・・・・・⑦ ⑥，⑦より　AG＝DC・・・・・・・・・・・・・・・・・・・⑧ ⑤，⑧より，1組の対辺が平行でその長さが等しいから， 四角形ADCGは平行四辺形である。
6	(1)		1
	(2)	①	10
		②	$\frac{1+\sqrt{5}}{2}$
7	(1)		4 cm
	(2)		$12\sqrt{10}$ cm²
	(3)		36 cm³