数　　学

注　　意

1　監督者の「始め」の合図があるまで開いてはいけません。

2　問題用紙は表紙を入れて８ページあり，これとは別に解答用紙が１枚あります。

3　受検番号は，解答用紙及び問題用紙の決められた欄に記入しなさい。

4　答えは，問題の指示に従って，**すべて解答用紙に記入しなさい**。計算などは，問題用紙の余白を利用しなさい。

5　監督者の「やめ」の合図ですぐにやめなさい。

受検番号	

1 次の**1**～**5**の問いに答えなさい。

1 次の(1)～(5)の問いに答えよ。

(1) $5 \times (6 - 2)$ を計算せよ。

(2) $\dfrac{1}{4} + \dfrac{5}{3} \div \dfrac{10}{9}$ を計算せよ。

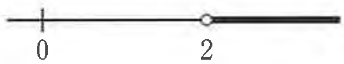
(3) $2\sqrt{7} - \sqrt{20} + \sqrt{5} - \dfrac{7}{\sqrt{7}}$ を計算せよ。

(4) 変数 x の変域が $x < 2$ であることを数直線上に表したものとして，最も適当なものを下の**ア**～**エ**の中から1つ選び，記号で答えよ。

ア 

イ 

ウ 

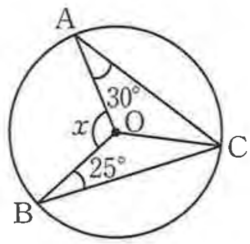
エ 

(5) 次の方程式のうち，4は解である方程式はどれか，下の**ア**～**エ**の中からあてはまるものをすべて選び，記号で答えよ。

ア $2x = 8$　　**イ** $\dfrac{1}{2}x = \dfrac{1}{8}$

ウ $x(x+4) = 0$　　**エ** $x^2 - x - 12 = 0$

2　右の図で，3点A，B，Cは円Oの周上にある。$\angle x$ の大きさは何度か。



3　関数 $y = x^2$ について，x の値が3から6まで増加するときの変化の割合を求めよ。

4　高さが等しい円柱Aと円柱Bがある。円柱Aの底面の円の半径は，円柱Bの底面の円の半径の2倍である。円柱Aの体積は，円柱Bの体積の何倍か。

5　下の表は，オクラの都道府県別収穫量の上位5位を示したものである。全国の総収穫量に対する高知県の収穫量の割合は，14.2%であった。全国の総収穫量に対する鹿児島県の収穫量の割合を求めたい。正しい答えが得られる式を下の**ア**～**エ**の中から1つ選び，記号で答えよ。

順位	都道府県名	収穫量(トン)
1	鹿 児 島	5153
2	高　　知	1733
3	沖　　縄	1336
4	熊　　本	851
5	福　　岡	604

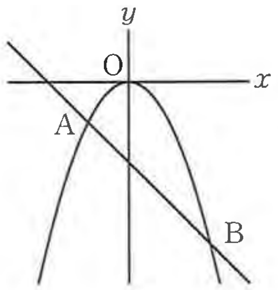
(平成26年産地域特産野菜生産状況調査から作成)

ア　$\frac{1733}{5153} \times 14.2$　　**イ**　$\frac{5153}{1733} \times 14.2$

ウ　$\frac{1733}{5153} \div 14.2$　　**エ**　$\frac{5153}{1733} \div 14.2$

2 次の１～５の問いに答えなさい。

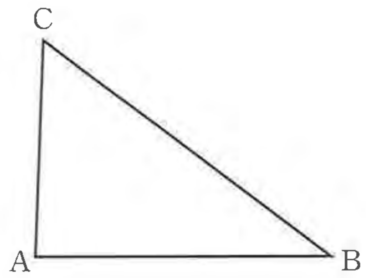
1 右の図のように，関数 $y = -\frac{1}{2}x^2$ のグラフ上に２点A，Bがあり，A，Bの x 座標はそれぞれ -2，4である。直線AB上に点Pがあり，直線OPが△OABの面積を２等分しているとき，点Pの座標を求めよ。



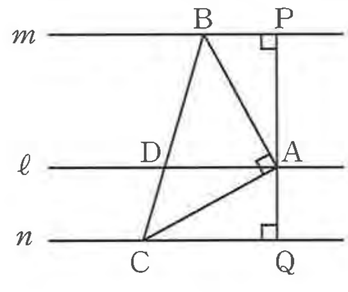
2 次の文中の $\boxed{}$ に適当な数を入れ，文を完成させよ。

> 1から4までの数字を1つずつ書いた4枚のカード $\boxed{1}$，$\boxed{2}$，$\boxed{3}$，$\boxed{4}$ がある。このカードをよくまぜて，その中からカードを同時に2枚取り出すとき，取り出したカードに書かれた2つの数の和が $\boxed{}$ となる確率は $\frac{1}{3}$ である。

3 右の図の△ABCで，点Aが辺BCと重なるように，△ABCを折り目が1本だけつくように折り返す。折り目を表す線と辺BCが平行になるときに，点Aが辺BCと重なる点をDとする。折り目を表す線と辺BC上にある点Dを，定規とコンパスを用いて作図せよ。ただし，点Dの位置を示す文字Dを書き入れ，作図に用いた線も残しておくこと。



4 右の図のように，∠BAC = 90° の直角二等辺三角形ABCと，頂点A，B，Cをそれぞれ通る3本の平行な直線 ℓ，m，n がある。線分BCと直線 ℓ との交点をDとし，頂点Aから2直線 m，n にそれぞれ垂線AP，AQをひく。このとき，△ABP ≡ △CAQ であることを証明せよ。

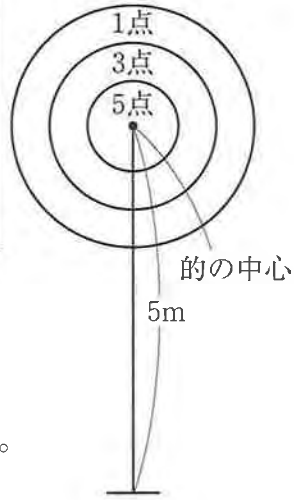


5 1個の値段が120円，100円，80円の3種類のりんごを合わせて17個買い，1580円支払った。このとき，80円のりんごの個数は120円のりんごの個数の3倍であった。3種類のりんごをそれぞれ何個買ったか。ただし，120円のりんごを x 個，100円のりんごを y 個買ったとして，その方程式と計算過程も書くこと。なお，消費税は考えないものとする。

3 Aさんと Bさんのクラスの生徒 20 人が，次のルールでゲームを行った。

> ・図のように，床に描かれた的があり，的の中心まで5m離れたところから，的をねらってボールを2回ずつ転がす。
> ・的には5点，3点，1点の部分があり，的の外は0点の部分とする。
> ・ボールが止まった部分の点数の合計を1ゲームの得点とする。
> ・ボールが境界線上に止まったときの点数は，内側の点数とする。

図



たとえば，1回目に5点，2回目に3点の部分にボールが止まった場合，この生徒の1ゲームの得点は $5+3=8$（点）となる。

1ゲームを行った結果，下のようになった。このとき，2回とも3点の部分にボールが止まった生徒は2人であった。次の**1**～**3**の問いに答えなさい。

得点(点)	0	1	2	3	4	5	6	8	10
人数(人)	0	0	5	2	5	1	4	2	1

1 20人の得点について，範囲（レンジ）は何点か。

2 1回でも5点の部分にボールが止まった生徒は何人か。

3 Aさんと Bさんは，クラスの生徒 20 人の得点の合計を上げるためにどうすればよいかそれぞれ考えてみた。次の(1)，(2)の問いに答えよ。

(1) Aさんは「ボールが止まった5点の部分を1点，1点の部分を5点として，得点を計算してみるとよい。」と考えた。この考えをもとに得点を計算した場合の，20人の得点の中央値（メジアン）は何点か。ただし，0点と3点の部分の点数はそのままとする。

(2) Bさんは「1m近づいてもう1ゲームやってみるとよい。」と考えた。この考えをもとに**図**の的の点数は1ゲーム目のままで 20 人が2ゲーム目を行った。その結果は，中央値（メジアン）が5.5点，Aさんの得点が4点，Bさんの得点が6点で，Bさんと同じ得点の生徒はいなかった。この結果から<u>必ずいえる</u>ことを下の**ア**～**エ**の中からすべて選び，記号で答えよ。

ア 1ゲーム目と2ゲーム目のそれぞれの得点の範囲（レンジ）は同じ値である。
イ 5点の部分に1回でもボールが止まった生徒の人数は，2ゲーム目の方が多い。
ウ 2ゲーム目について，最頻値（モード）は中央値（メジアン）より大きい。
エ 2ゲーム目について，Aさんの得点を上回っている生徒は11人以上いる。

4 自然数を1から順に9個ずつ各段に並べ，縦，横3個ずつの9個の数を$\boxed{}$で囲み，$\boxed{}$内の左上の数をa，右上の数をb，左下の数をc，右下の数をd，真ん中の数をxとする。たとえば，右の**表**の$\boxed{}$では，$a=5$，$b=7$，$c=23$，$d=25$，$x=15$ である。次の**1**，**2**の問いに答えなさい。

表

1段目	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2段目	10	11	12	13	14	15	16	17	18
3段目	19	20	21	22	23	24	25	26	27
4段目	28	29	30	31	・・・				
⋮									

1 aをxを使って表せ。

2 $\mathrm{M}=bd-ac$ とするとき，次の(1)，(2)の問いに答えよ。

(1) a，b，c，dをそれぞれxを使って表すことで，Mの値は4の倍数になることを証明せよ。

(2) aが1段目から10段目までにあるとき，一の位の数が4になるMの値は何通りあるか，次の［　］の$\boxed{\text{ア}}$～$\boxed{\text{ウ}}$に適当な数を入れ，求め方を完成させよ。

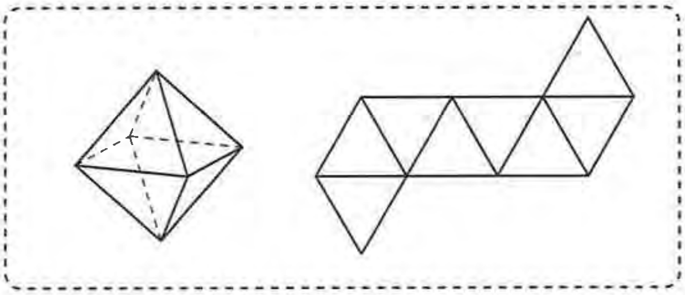
［求め方］
(1)よりMの値は4の倍数だから，Mの値の一の位の数が4になるのはxの一の位の数が$\boxed{\text{ア}}$または$\boxed{\text{イ}}$になるときである。
xは2段目から11段目までにあり，各段の両端を除く自然数であることに注意して，Mの値の個数を求めると$\boxed{\text{ウ}}$通りである。

5 次の１，２の問いに答えなさい。

１　次の $\boxed{\text{ア}}$ ～ $\boxed{\text{オ}}$ に適当な数または番号を入れ，会話文を完成させよ。

先生：図１は，正八面体の見取図と展開図です。正八面体とは，どのような立体でしたか。

図１



生徒：8 個の合同な正三角形で囲まれた立体で，頂点が 6 個，辺が $\boxed{\text{ア}}$ 本あります。

先生：そうですね。では，正八面体の体積を立方体を使って求めてみましょう。図２のように，立方体のそれぞれの面の対角線の交点を A，B，C，D，E，F とするとき，この 6 個の点を頂点とする正八面体ができます。このとき，四角形 AEFC，ABFD，BCDE は合同な正方形です。立方体を正方形 BCDE を含む平面で切った切り口は図３のようになり，正方形 BCDE の対角線の長さは，立方体の１辺の長さと等しいことが分かります。立方体の１辺の長さを 4 cm として正八面体 ABCDEF の体積を求めてみましょう。

図２

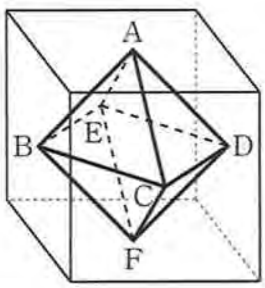
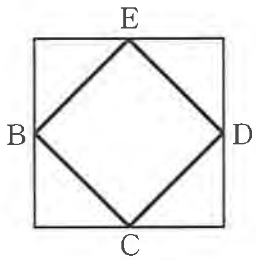


図３



生徒：正方形BCDEの面積は $\boxed{\text{イ}}$ cm^2 だから，正四角すい ABCDE の体積は $\boxed{\text{ウ}}$ cm^3 です。この正四角すいの体積の 2 倍が正八面体の体積となります。

先生：立方体を使うと，体積が求めやすくなります。正八面体の特徴にもよく気がつきました。では，次の問題はどうでしょうか。

問題は次のページまで続く

先生：**図4**の1辺の長さが6 cmの正八面体において，点Bから辺AC，CD，DFを通って点Eまで，1本の糸をかけます。糸の長さが最も短くなるようにかけたときの，糸の長さは何 cmか，**図5**の展開図を使って求めてみましょう。

図4

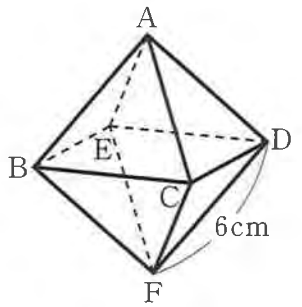
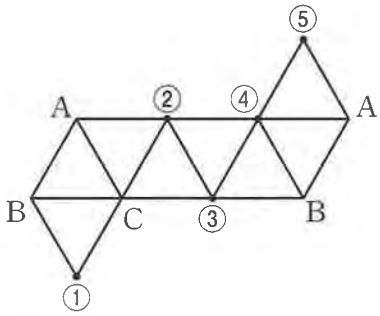


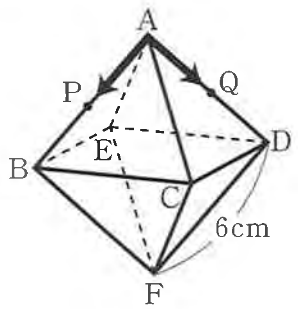
図5



生徒：**図5**の①～⑤の中で，点Eにあたる番号は，$\boxed{\text{エ}}$ です。かけた糸のようすを**図5**にかき入れて考えてみると，最も短くなるときの糸の長さは，$\boxed{\text{オ}}$ cmとなりました。

先生：そうですね。展開図にかき入れると，かけた糸のようすが分かりやすくなります。
最後は，正八面体の中に作られた立体の体積の変化の問題です。**図6**の1辺の長さが6 cmの正八面体の辺上を，毎秒1 cmの速さで6秒間だけ動く2点P，Qがあります。2点P，Qは点Aを同時に出発し，点Pは辺AB上を点Bに向かって，点Qは辺AD上を点Dに向かって動きます。<u>三角すいCPFQの体積が正八面体ABCDEFの体積の $\frac{1}{6}$ となるのは，2点P，Qが点Aを出発してから何秒後のことか，考えてみましょう。</u>

図6

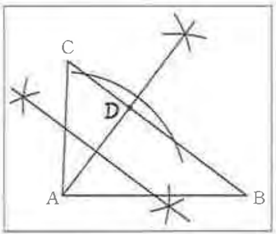


2　**1**の会話文中の下線部について，何秒後か求めよ。ただし，2点P，Qが点Aを出発してから t 秒後のこととして，t についての方程式と計算過程も書くこと。

数 学 解 答 例

大問	配点		小問	解答例
1	27点	3点	1(1)	20
		3点	(2)	$\frac{7}{4}$
		3点	(3)	$\sqrt{7}-\sqrt{5}$
		3点	(4)	ウ
		3点	(5)	ア，エ
		3点	2	110（度）
		3点	3	9
		3点	4	4（倍）
		3点	5	イ
2	18点	3点	1	P(1，−5)
		3点	2	5
		4点	3	（作図）下記
		4点	4	（証明）下記
		4点	5	（式と計算）下記
3	14点	3点	1	8（点）
		3点	2	6（人）
		4点	3(1)	7（点）
		4点	(2)	イ，エ
4	14点	3点	1	（$a=$）$x-10$
		5点	2(1)	（証明）下記
		6点	(2)	
			ア	1
			イ	6
			ウ	14
5	17点	3点	1ア	12
		2点	イ	8
		2点	ウ	$\frac{16}{3}$
		2点	エ	④
		2点	オ	$6\sqrt{7}$
		6点	2	（式と計算）下記

2 の 3



2 の 4

（証明）
△ABP と △CAQ において
仮定から ∠APB = ∠CQA = 90° …①
△ABC は，∠BAC = 90° の直角二等辺三角形だから
　AB = CA …②
∠CAD + ∠DAB = 90°，∠DAB + ∠BAP = 90° だから
　∠CAD = ∠BAP …③
ℓ // n より，平行線の錯角は等しいから
　∠CAD = ∠ACQ …④
③，④から ∠BAP = ∠ACQ …⑤
①，②，⑤より，直角三角形の斜辺と1つの鋭角がそれぞれ等しいから
　△ABP ≡ △CAQ

2 の 5

（式と計算）
80円のりんごの個数は $3x$ 個と表される。

$$\begin{cases} x+y+3x=17 & \cdots① \\ 120x+100y+80\times 3x=1580 & \cdots② \end{cases}$$

①より $4x+y=17$ …③
②より $360x+100y=1580$ …④

③×10　$40x+10y=170$
④÷10　−) $36x+10y=158$
　　　$4x=12$
　　　$x=3$ …⑤
⑤を③に代入して
　$12+y=17$
　$y=5$
（答）（120円のりんご）3（個）
（100円のりんご）5（個）
（80円のりんご）9（個）

4 の 2(1)

（証明）
$a=x-10$
$b=x-8$
$c=x+8$
$d=x+10$
　と表されるから
$\mathrm{M}=(x-8)(x+10)-(x-10)(x+8)$
$=(x^2+2x-80)-(x^2-2x-80)$
$=4x$
x は自然数だから，
M は4の倍数になる。

5 の 2

（式と計算）
正八面体の体積は，$2\times\frac{1}{3}\times 6^2\times 3\sqrt{2}=72\sqrt{2}$（cm^3）だから
この正八面体の体積の $\frac{1}{6}$ は，$12\sqrt{2}$（cm^3）である。
底面積となる △PFQ の面積は，

$$6^2-\frac{1}{2}t^2-\frac{1}{2}\times 6\times(6-t)-\frac{1}{2}\times 6\times(6-t)=-\frac{1}{2}t^2+6t\ (\mathrm{cm}^2)$$

体積の関係から，t についての方程式をつくると

$$\frac{1}{3}\times\left(-\frac{1}{2}t^2+6t\right)\times 3\sqrt{2}=12\sqrt{2}$$

$$t^2-12t+24=0$$

解の公式より

$$t=\frac{12\pm 4\sqrt{3}}{2}=6\pm 2\sqrt{3}$$

$0\leqq t\leqq 6$ より　$t=6-2\sqrt{3}$

（答）$6-2\sqrt{3}$（秒後）