

1 次の(1)~(7)の各問いに答えなさい。

(1) (ア)~(エ)の計算をしなさい。

(ア) $-6 + 9$

(イ) $-15 \times \frac{3}{10}$

(ウ) $\sqrt{75} - 4\sqrt{3}$

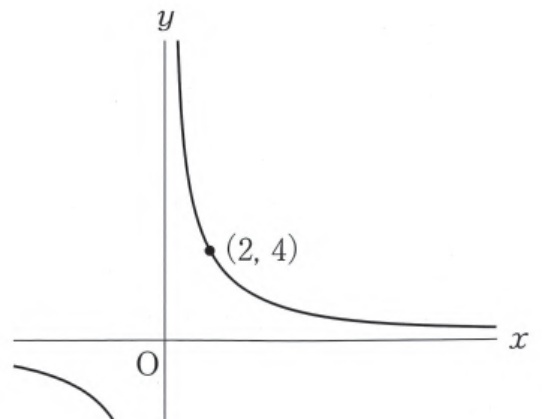
(エ) $\frac{x+y}{2} - \frac{2x-y}{3}$

(2) $x^2 - x - 56$ を因数分解しなさい。

(3) 1本 a 円のえんぴつを6本と1冊 b 円のノートを5冊買うと、代金の合計は1000円以下になる。

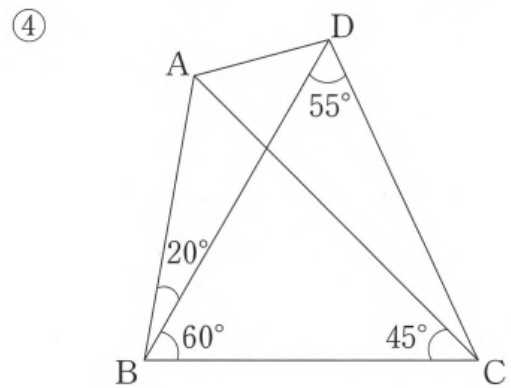
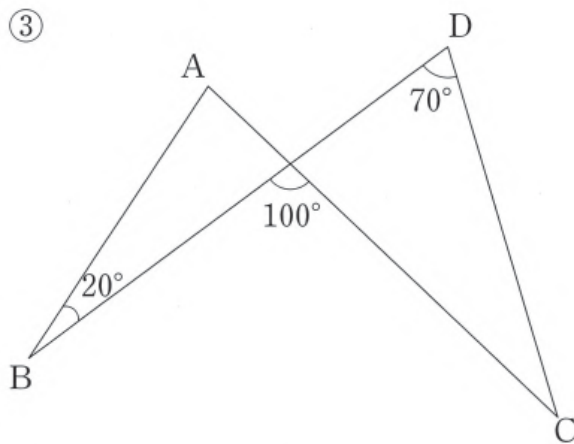
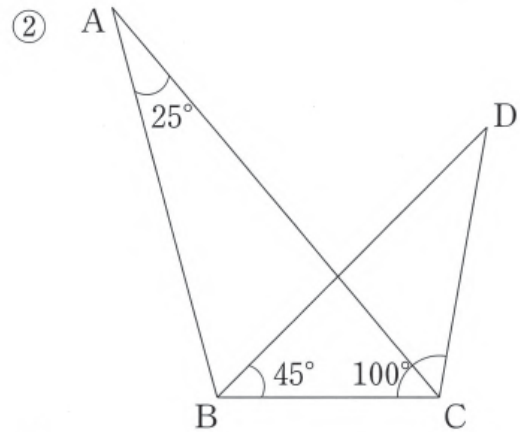
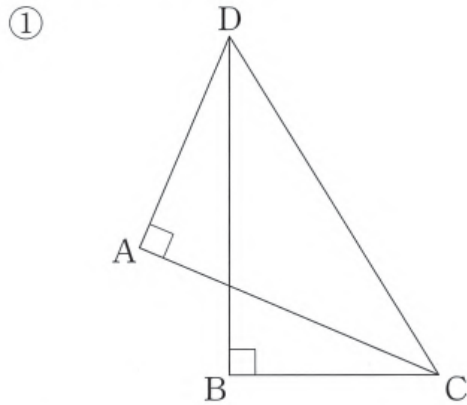
このときの数量の関係を不等式で表しなさい。

(4) 右の図は、ある反比例のグラフである。
この関数の式を求めなさい。

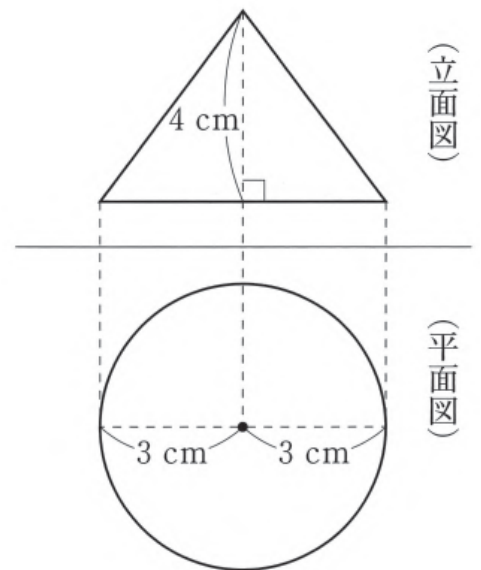


(5) 二次方程式 $x^2 - 7x + 2 = 0$ を解きなさい。

(6) 4点A、B、C、Dが同じ円周上にあるものを、次の①～④の中からすべて選び、番号を書きなさい。



(7) 右の図は、三角錐^{すい}、円柱、円錐^{すい}のうち、いずれかの立体の投影図である。
この立体の表面積を求めなさい。



2 次の(1)、(2)の問いに答えなさい。

- (1) 1日の学習時間調査を行い、40人の生徒それぞれに【選択肢】のA～Eの中から1つ選ばせた。

【選択肢】

- A：4時間以上
B：3時間以上4時間未満
C：2時間以上3時間未満
D：1時間以上2時間未満
E：1時間未満

この調査の結果、2時間以上学習しているA、B、Cを選んだ生徒数を合わせると、33人であることがわかった。また、Aを選んだ生徒数は5人であり、Bを選んだ生徒数の2倍からCを選んだ生徒数をひくと、Aを選んだ生徒数に等しかった。

このとき、(ア)、(イ)の問いに答えなさい。

- (ア) Bを選んだ生徒数を x 人、Cを選んだ生徒数を y 人として、 x 、 y についての連立方程式を次のようにつくった。

このとき、、にあてはまる式を x 、 y を用いてそれぞれ表しなさい。

$$\begin{cases} \text{①} = 33 \\ \text{②} = 5 \end{cases}$$

- (イ) Bを選んだ生徒数と、Cを選んだ生徒数をそれぞれ求めなさい。

- (2) (ア)～(ウ)の各問いに答えなさい。

- (ア) 10以下の素数をすべて書きなさい。

- (イ) 次の自然数の中から素数をすべて選び、書きなさい。

12、23、35、37、49、50、51、71、85、87、91

- (ウ) ある素数 x を2乗したものに52を加えた数は、 x を17倍した数に等しい。

このとき、素数 x を求めなさい。

ただし、 x についての方程式をつくり、答えを求めるまでの過程も書きなさい。

3 次の(1)、(2)の問いに答えなさい。

(1) (ア)、(イ)の問いに答えなさい。

(ア) 表に1と書かれたコインが1枚、2と書かれたコインが1枚、4と書かれたコインが1枚の合計3枚のコインがある。いずれのコインも裏には何も書かれていない。

この3枚のコインを同時に投げるとき、(a)、(b)の問いに答えなさい。

ただし、いずれのコインも表裏の出かたは同様に確からしいものとする。

(a) 表裏の出かたは全部で何通りあるか、求めなさい。

(b) 表が出たコインに書かれた数の和が、4以上になる確率を求めなさい。

(イ) 表に1と書かれたコインが1枚、2と書かれたコインが2枚、4と書かれたコインが1枚の合計4枚のコインがある。いずれのコインも裏には何も書かれていない。

この4枚のコインを同時に投げるとき、(a)、(b)の問いに答えなさい。

ただし、いずれのコインも表裏の出かたは同様に確からしいものとする。

(a) 表が出たコインに書かれた数の和が、4になる確率を求めなさい。



(b) 表が出たコインに書かれた数の和が、4以上になる確率を求めなさい。

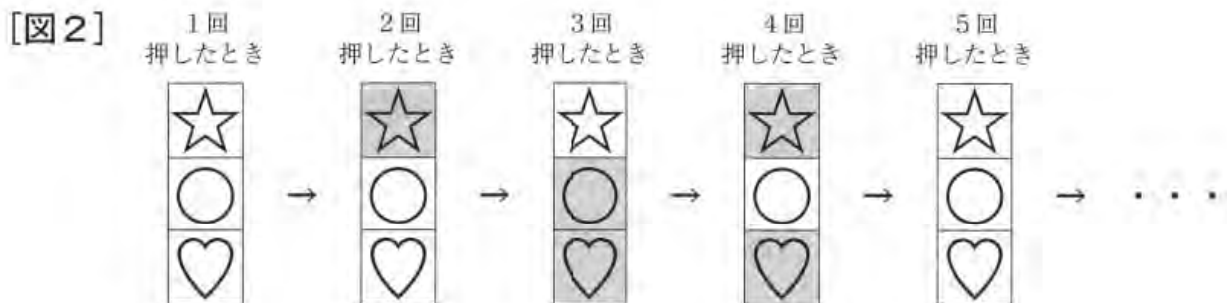
(2) **【図1】**のように、☆、○、♡のマークが描かれたパネルがある。パネルを操作するボタンを押すごとに、それぞれのマークが**【ルール】**に従って青色または赤色に点灯する。



[ルール]

- ・ ☆のマークは、ボタンを押す回数が偶数となったときは青色に点灯し、奇数となったときは赤色に点灯する。
- ・ ○のマークは、ボタンを押す回数が3の倍数となったときは青色に点灯し、それ以外のときは赤色に点灯する。
- ・ ♡のマークは、ボタンを押す回数が4の倍数より1小さい数となったときと4の倍数となったときは青色に点灯し、それ以外のときは赤色に点灯する。

点灯のようすは [図2] のようになる。ただし、 をつけているマークは青色に点灯していることを表し、 をつけていないマークは赤色に点灯していることを表している。



このとき、(ア)~(ウ)の各問いに答えなさい。

- (ア) ☆のマークと○のマークが初めて2つとも青色に点灯するのはボタンを何回押したときか、求めなさい。
- (イ) すべてのマークが初めて3つとも青色に点灯するのはボタンを何回押したときか、求めなさい。
- (ウ) ボタンを1回押したときから100回押したときまでに、すべてのマークが3つとも赤色に点灯するのは何回あるか、求めなさい。

4 次の(1)、(2)の問いに答えなさい。

(1) 関数 $y = ax^2$ ……① について、(ア)、(イ)の問いに答えなさい。

(ア) 関数①のグラフが点 $(3, 18)$ を通るとき、 a の値を求めなさい。

(イ) 関数①について、 x の値が1から3まで増加するときの変化の割合が -2 となるとき、 a の値を求めなさい。

(2) 図のように2点 $A(-1, 2)$ 、 $B(2, 8)$ がある。

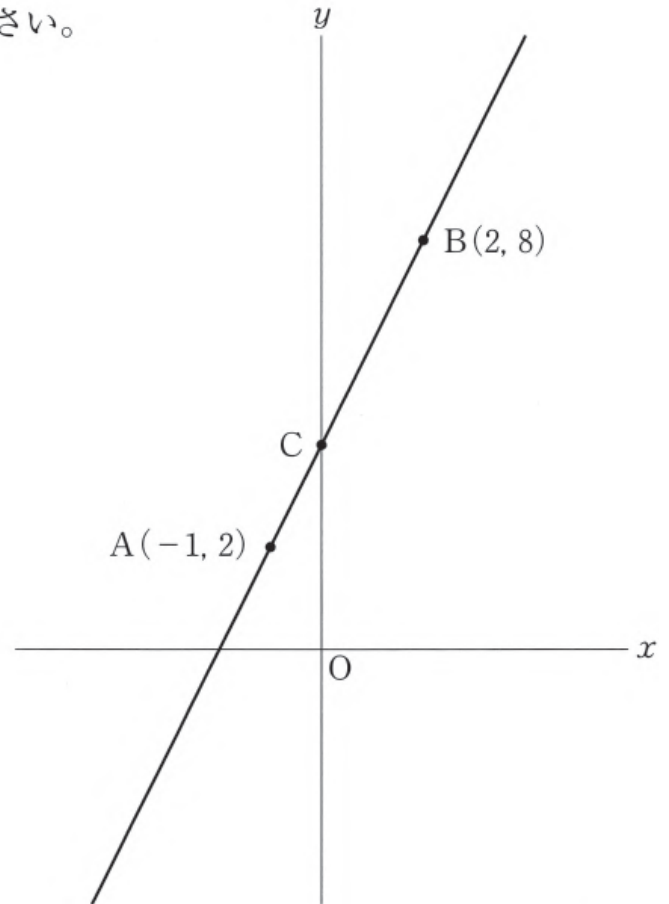
2点 A 、 B を通る直線と y 軸との交点を C とし、 x 軸を対称の軸として、点 C を対称移動した点を D とする。

このとき、(ア)~(エ)の各問いに答えなさい。

(ア) 2点 A 、 B を通る直線の式を求めなさい。

(イ) 点 D の座標を求めなさい。

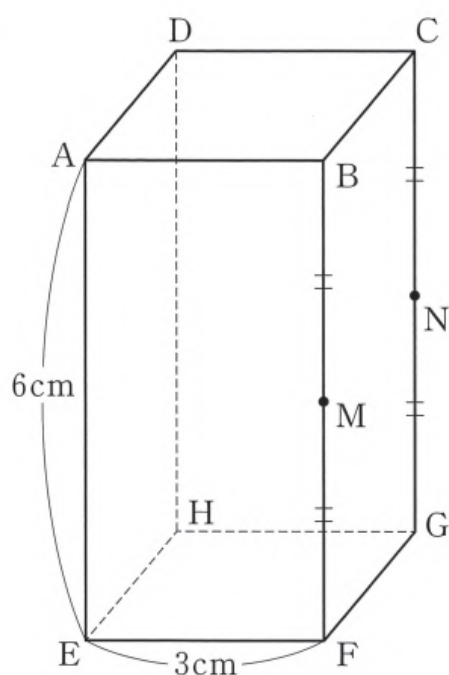
(ウ) $\triangle ABD$ の面積を求めなさい。



(エ) x 軸上に点 P がある。 $\triangle ABP$ の面積が $\triangle ABD$ の面積と等しくなるような点 P の x 座標をすべて求めなさい。

- 5** [図1]のように、底面が正方形の直方体 $ABCD-EFGH$ があり、辺 BF 、 CG の中点をそれぞれ M 、 N とする。 $EF = 3\text{ cm}$ 、 $AE = 6\text{ cm}$ である。
 このとき、次の(1)~(3)の各問いに答えなさい。

[図1]

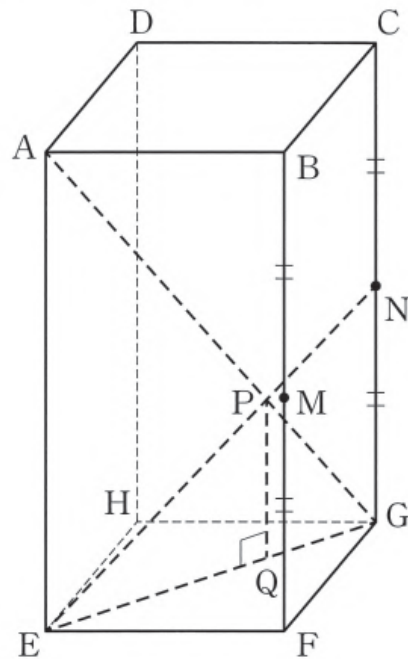


- (1) 直線 AM とねじれの位置にある直線を、次の①~④の中からすべて選び、番号を書きなさい。
 ① 直線 DN ② 直線 GH ③ 直線 EF ④ 直線 FG
- (2) 線分 EG の長さを求めなさい。

- (3) [図2] のように、線分 AG と線分 EN の交点を P とし、点 P から線分 EG に垂線 PQ をひく。

このとき、(ア)~(ウ)の各問いに答えなさい。

[図2]



- (ア) $\triangle APE \sim \triangle GPN$ であることを証明しなさい。

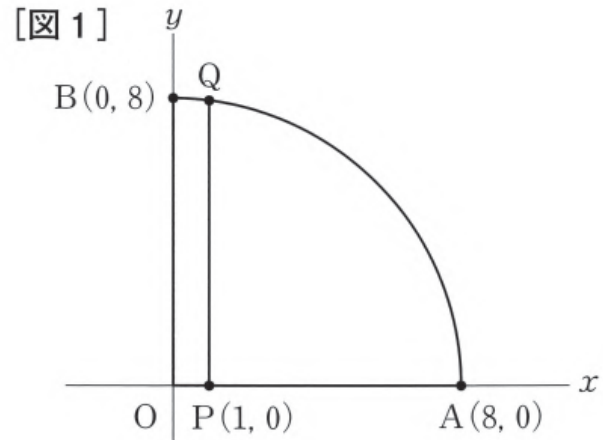
- (イ) 線分 PQ の長さを求めなさい。

- (ウ) 四角形 AEQP を、直線 AE を回転の軸として 1 回転させてできる立体の体積を求めなさい。

追加

1 [図1] のように、2点 $A(8, 0)$ 、 $B(0, 8)$ があり、線分 OA 、 OB を半径とするおうぎ形 OAB がある。また、点 $P(1, 0)$ と、 \widehat{AB} 上に x 座標が1である点 Q がある。なお、ある点の x 座標と y 座標がともに整数であるとき、その点を 格子点 こうしてん という。このとき、次の(1)~(4)の各問いに答えなさい。

(1) 線分 PQ の長さを求めなさい。



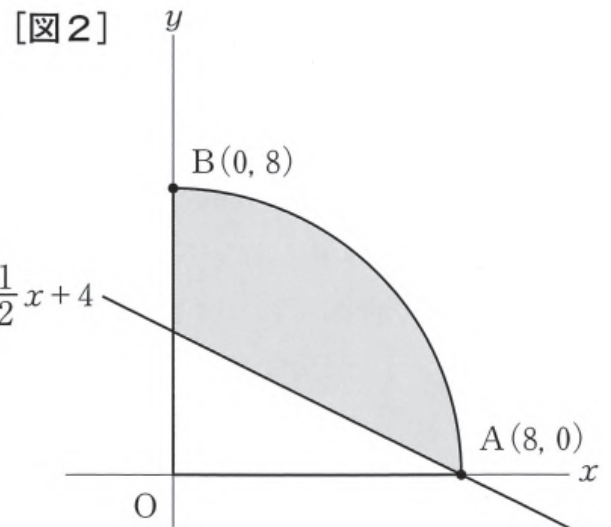
(2) 両端の点を含む線分 PQ 上にある格子点の個数を求めなさい。

(3) おうぎ形 OAB の内部および周上にある格子点の個数を求めなさい。

(4) [図2] のように、おうぎ形 OAB と

直線 $y = -\frac{1}{2}x + 4$ がある。

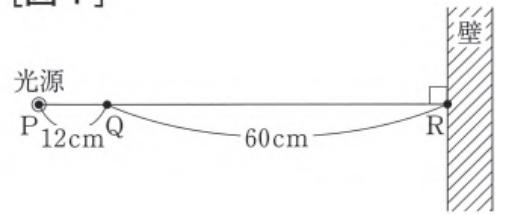
このとき、[図2] の灰色をつけた部分の内部および周上にある格子点の個数を求めなさい。



2

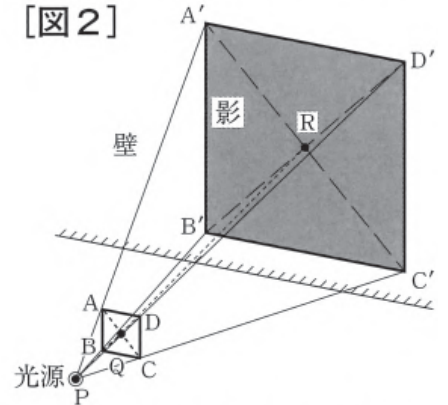
【図1】のように、十分に広く平らな壁に垂直な直線上に3点P、Q、Rがある。点Pに光源を設置し、 $PQ = 12\text{ cm}$ 、 $QR = 60\text{ cm}$ とする。光源と壁の間に図形を設置し、光源を光らせたときに壁にうつる図形の影について考える。ただし、光源は小さく、影はすべて壁にうつる。このとき、次の(1)、(2)の問いに答えなさい。

【図1】



(1) 【図2】のように、1辺の長さが10 cmの正方形ABCDを、その対角線の交点が点Qと一致し、正方形ABCDを含む平面が壁と平行になるように設置した。光源を光らせると、壁に正方形ABCDの影である正方形A'B'C'D'がうつった。

【図2】



このとき、(ア)、(イ)の問いに答えなさい。

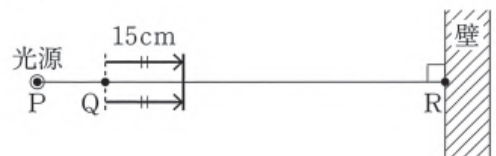
(ア) 正方形A'B'C'D'の面積を求めなさい。

(イ) 【図3】と【図4】は、【図2】を真横から見た図である。【図3】のように、辺BCを回転の軸として、正方形ABCDを 30° 傾ける場合と、【図4】のように正方形ABCDの対角線の交点を直線PR上に保ったまま、壁に向かって正方形ABCDを15 cm平行移動する場合を考える。

【図3】



【図4】



このとき、壁にうつる影について、【図3】での形の変化と、【図4】での面積の変化の説明として、正しい組合せを、次の(a)~(d)の中から1つ選び、記号を書きなさい。

- (a) 【図3】での影の形は平行四辺形になり、【図4】では影の面積は増加する。
- (b) 【図3】での影の形は平行四辺形になり、【図4】では影の面積は減少する。
- (c) 【図3】での影の形は台形になり、【図4】では影の面積は増加する。
- (d) 【図3】での影の形は台形になり、【図4】では影の面積は減少する。

- (2) [図5]のように、球の中心が点Qと一致するように、半径4 cmの球を設置した。光源を光らせると、壁にうつる球の影の形は円であった。

このとき、(ア)、(イ)の問いに答えなさい。

- (ア) 壁にうつる影の半径を求めなさい。

[図5]



[図6]



- (イ) さらに、[図6]のように、立方体を、その対角線の交点が線分QR上にあり側面が壁に接するように設置したところ、壁にうつっている影の形は円のままであった。壁にうつっている影の形を円のまま変化させないように立方体の体積を最も大きくするとき、立方体の1辺の長さを求めなさい。

解答

問題番号	配点	解答 (例)
1	(1)	(ア) 1 3
		(イ) 1 $-\frac{9}{2}$
		(ウ) 1 $\sqrt{3}$
		(エ) 1 $\frac{-x+5y}{6}$
	(2) 1 $(x-8)(x+7)$	
	(3) 1 $6a+5b \leq 1000$	
	(4) 1 $y = \frac{8}{x}$	
	(5) 1 $x = \frac{7 \pm \sqrt{41}}{2}$	
	(6) 1 ①, ④	
(7) 1 24π cm^2		
2	(1)	(ア) ① 1 $5+x+y$
		(ア) ② 1 $2x-y$
	(イ) 2	Bを選んだ生徒数 11 人 Cを選んだ生徒数 17 人
	(ア) 1 2, 3, 5, 7	
	(2)	(イ) 2 23, 37, 71
		(ウ) 3
3	(1)	(ア) (a) 1 8 通り
		(ア) (b) 1 $\frac{1}{2}$
		(イ) (a) 1 $\frac{1}{8}$
		(イ) (b) 2 $\frac{5}{8}$
	(2)	(ア) 1 6 回
		(イ) 2 12 回
(ウ) 2 17 回		
4	(1)	(ア) 1 $a = 2$
		(イ) 1 $a = -\frac{1}{2}$
	(2)	(ア) 2 $y = 2x+4$
		(イ) 2 $D(0, -4)$
		(ウ) 2 12
		(エ) 2 $-6, 2$

5	(1)	1	②, ④		
	(2)	2	$3\sqrt{2}$	cm	
	(3)	(ア)	3	<p>△APE と △GPN において 対頂角は等しいから $\angle APE = \angle GPN$ ……① AE // NG より、平行線の錯角は等しいから $\angle EAP = \angle NGP$ ……② ①、②から、2組の角が、それぞれ等しいので △APE ∽ △GPN</p>	
		(イ)	2	2	cm
		(ウ)	2	$\frac{80}{3}\pi$	cm ³

問 題 番 号	配 点	解 答 (例)		
1	(1)	2	$3\sqrt{7}$	
	(2)	2	8 個	
	(3)	2	58 個	
	(4)	2	38 個	
2	(1)	(ア)	1	3600 cm ²
		(イ)	2	(d)
	(2)	(ア)	2	$18\sqrt{2}$ cm
		(イ)	2	24 cm