

平成 31 年度

数 学

注 意

- 1 問題は 1 ページから 6 ページまであり、これとは別に解答用紙が 1 枚ある。
- 2 解答は、全て別紙解答用紙の該当欄に書き入れること。
- 3 答えに $\sqrt{\quad}$ が含まれるときは、 $\sqrt{\quad}$ を用いたままにしておくこと。
また、 $\sqrt{\quad}$ の中は最も小さい整数にすること。

(一) 次の計算をして、答えを書きなさい。

1 $(-24) \div 6$

2 $-\frac{2}{7} + \frac{1}{3}$

3 $-(2x-y) + 3(-5x+2y)$

4 $(9a^2+6ab) \div (-3a)$

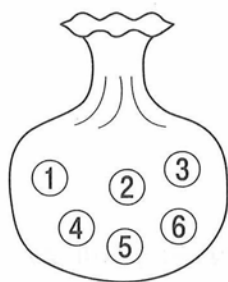
5 $(3\sqrt{2}-1)(2\sqrt{2}+1) - \frac{4}{\sqrt{2}}$

6 $(x+4)^2 + (x+5)(x-5)$

(二) 次の問いに答えなさい。

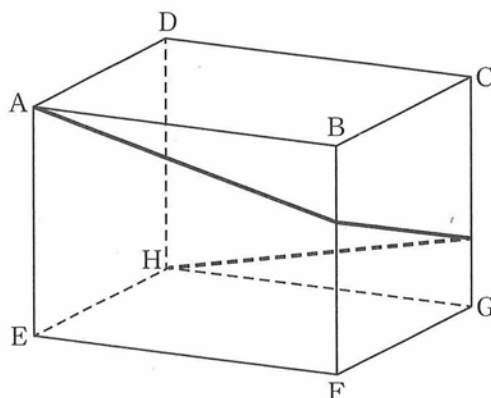
1 x についての二次方程式 $x^2 - 5x + a = 0$ の解の1つが2であるとき、 a の値を求めよ。

2 下の図のように、袋の中に、1, 2, 3, 4, 5, 6の数字が1つずつ書かれた6個の玉が入っている。最初に、Aさんが袋の中から玉を1個取り出し、書かれた数字を見てからそれを袋にもどす。次に、Bさんが袋の中から玉を1個取り出す。このとき、Bさんが取り出した玉に書かれた数が、Aさんが取り出した玉に書かれた数より大きくなる確率を求めよ。ただし、どの玉が取り出されることも同様に確からしいものとする。

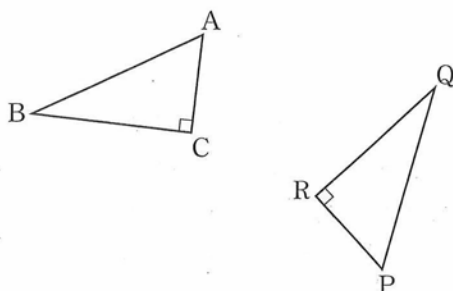


3 箱の中に同じ大きさの黒玉だけがたくさん入っている。この黒玉の個数を推測するために、黒玉と同じ大きさの白玉200個を黒玉が入っている箱の中に入れ、箱の中をよくかき混ぜたあと、そこから80個の玉を無作為に抽出したところ、白玉が5個含まれていた。この結果から、はじめに箱の中に入っていた黒玉の個数は、およそ何個と推測されるか。

4 下の図のように、 $AB = 4$ cm, $AD = 2$ cm, $AE = 3$ cmの直方体の表面に、ひもを、頂点Aから頂点Hまで、辺BFと辺CGに交わるようにかける。ひもの長さが最も短くなるときのひもの長さを求めよ。



- 5 下の図において、直角三角形 PQR は、直角三角形 ABC を回転移動したものである。このとき、回転の中心 O を解答欄に作図せよ。ただし、作図に用いた線は消さずに残しておくこと。



- 6 花子さんが住む市の1か月の水道料金は、使用量が 8 m^3 までは基本料金のみであり、使用量が 8 m^3 を超えると、超えた使用量に対して 1 m^3 当たりいくらかの超過料金が発生する。今月から水道料金が値上げされ、先月に比べて、基本料金が 20% 、 1 m^3 当たりの超過料金が 15 円、それぞれ高くなった。花子さんの家の使用量は先月も今月も 25 m^3 であった。先月の水道料金は 4260 円であり、今月の水道料金は先月の水道料金と比べると 495 円高くなった。先月の基本料金と、先月の 1 m^3 当たりの超過料金をそれぞれ求めよ。ただし、用いる文字が何を表すかを最初に書いてから連立方程式をつくり、答えを求める過程も書くこと。

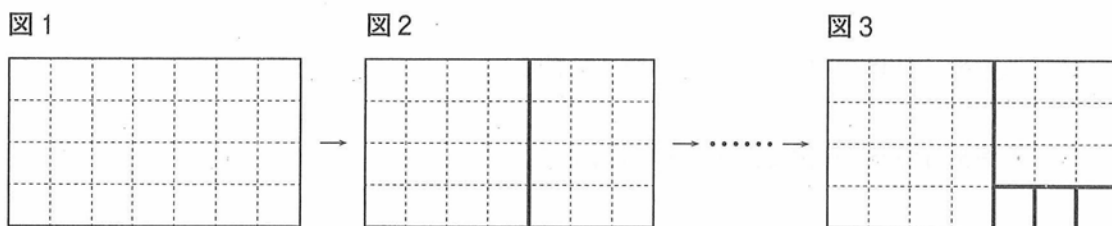
- (三) 縦の長さが a cm, 横の長さが b cm の長方形の用紙から, 正方形を切り取る作業を次の【手順】にしたがって行う。ただし, a, b は整数で, 用紙は 1 目もり 1 cm の方眼用紙とする。

【手順】 用紙の短い方の辺を 1 辺とする正方形を切り取る。残った用紙が正方形でないときは, 残った用紙の短い方の辺を 1 辺とする正方形を切り取る。残った用紙が正方形になるまで, 繰り返し正方形を切り取っていく。

例えば, $a=4, b=7$ のときの作業は次のようになる。

まず, 図 1 のような縦の長さが 4 cm, 横の長さが 7 cm の長方形の用紙から, この用紙の短い方の辺を 1 辺とする正方形を切り取る。その切り取り方は図 2 のようになる。次に, 残った縦の長さが 4 cm, 横の長さが 3 cm の長方形の用紙から, 短い方の辺を 1 辺とする正方形を切り取る。同様に, 残った用紙が正方形になるまで切り取る。

すると, $a=4, b=7$ のときの正方形の切り取り方は図 3 のようになり, 全部で 5 枚の正方形ができる。



このとき, 次の問いに答えなさい。

- 1 $a=4, b=13$ のとき, 上の図 3 にならって正方形の切り取り方を解答欄にかけ。
- 2 $a=8, b=13$ のとき, 全部で何枚の正方形ができるか求めよ。
- 3 $a=3$ のとき,
 - (1) 全部で 2 枚の正方形ができるような b の値を求めよ。
 - (2) 全部で 15 枚の正方形ができるような b の値を全て求めよ。

(四) 下の図1において、放物線①は関数 $y = ax^2$ のグラフであり、放物線②は関数 $y = x^2$ のグラフである。また、点Aは放物線①上の点であり、点Aの座標は $(2, 2)$ である。

このとき、次の問いに答えなさい。

1 a の値を求めよ。

2 関数 $y = x^2$ について、 x の変域が $-5 \leq x \leq 2$ のときの y の変域を求めよ。

3 下の図2において、点Pは放物線①上の $x > 0$ の範囲を動く点である。点Pを通り x 軸に垂直な直線と放物線②との交点をQ、点Qを通り x 軸に平行な直線と②との交点のうち、点Qと異なる点をR、点Rを通り x 軸に垂直な直線と放物線①との交点をSとし、四角形 PQRS をつくる。また、点Pの x 座標を t とする。

(1) 四角形 PQRS の周の長さを t を使って表せ。

(2) 四角形 PQRS の周の長さが 60 であるとき、

ア t の値を求めよ。

イ 点Aを通り、四角形 PQRS の面積を 2 等分する直線の傾きを求めよ。

図1

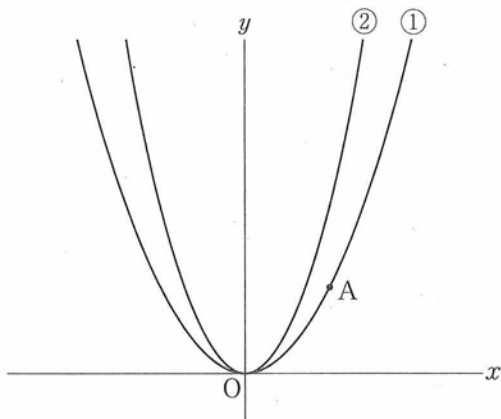
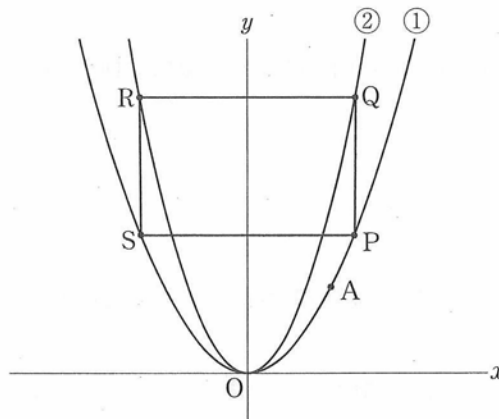


図2



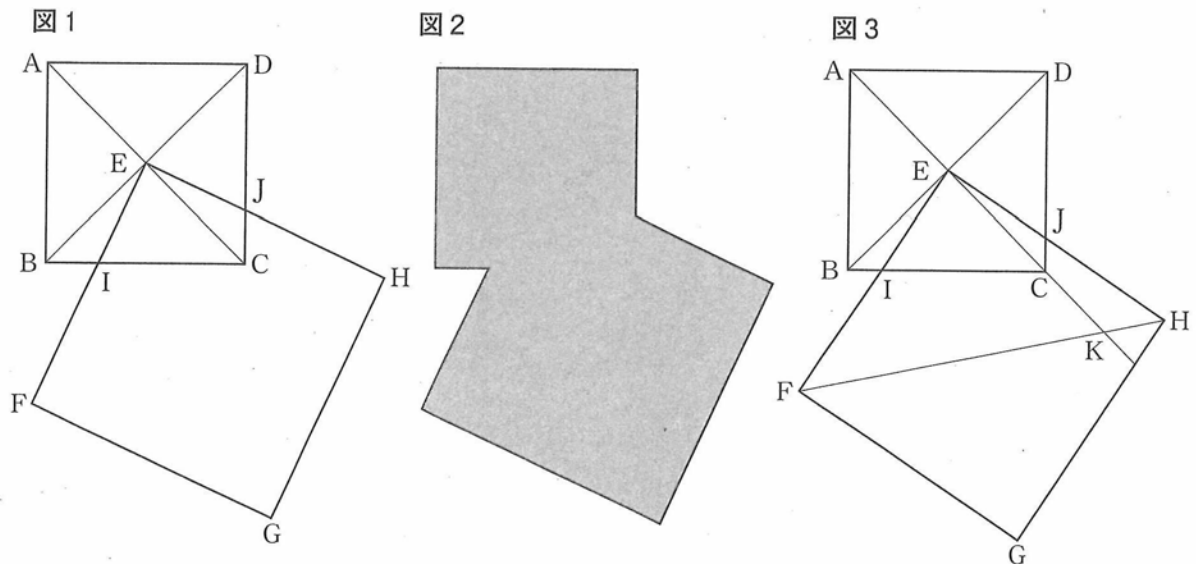
(五) 下の図1のような、正方形 ABCD と正方形 EFGH がある。頂点 E は、正方形 ABCD の2つの対角線の交点と同じ位置にある。辺 BC と辺 EF、辺 CD と辺 EH の交点をそれぞれ I、J とする。正方形 ABCD と正方形 EFGH の相似比は、3:4 である。

このとき、次の問いに答えなさい。

1 $\triangle EIC \equiv \triangle EJD$ であることを証明せよ。

2 下の図2は、図1に色をつけたものである。色をつけた部分 (■の部分) の面積が 182 cm^2 であるとき、正方形 ABCD の1辺の長さを求めよ。

3 下の図3のように、直線 AC と対角線 FH との交点を K とする。 $AB = 6 \text{ cm}$ 、 $BI = 1 \text{ cm}$ であるとき、四角形 IFKC の面積を求めよ。



平成31年度 数 学

問 題	正	答	
(一)	1	-4	
	2	$\frac{1}{21}$	
	3	$-17x+7y$	
	4	$-3a-2b$	
	5	$11-\sqrt{2}$	
	6	$2x^2+8x-9$	
(二)	1	(a=) 6	
	2	$\frac{5}{12}$	
	3	(およそ) 3000 (個)	
	4	$\sqrt{109}$ (cm)	
	5	<p>〈例〉</p>	
	6	<p>(解) 先月の基本料金を x 円, 先月の 1 m^3 当たりの超過料金を y 円とすると, $\begin{cases} x+17y=4260 & \text{-----①} \\ 1.2x+17(y+15)=4755 & \text{-----②} \end{cases}$ ②から, $1.2x+17y=4500$ -----③ ③-①から, $x=1200$ $x=1200$を①に代入して解くと, $y=180$ これらは問題に適している。 (答)先月の基本料金1200円, 先月の 1 m^3 当たりの超過料金180円</p>	
(三)	1		
	2	6 (枚)	
	3	(1) (b=) 6 (2) (b=) 37, 38, 45	
(四)	1	(a=) $\frac{1}{2}$	
	2	$0 \leq y \leq 25$	
	3	(1)	t^2+4t
		(2)	ア (t=) 6 イ $-\frac{25}{2}$
(五)	1	<p>(証明) $\triangle EIC$ と $\triangle EJD$ において, 点Eが正方形 ABCD の対角線の交点だから, $EC = ED$ -----① $\angle ECI = \angle EDJ = 45^\circ$ -----② また, $\angle IEC = 90^\circ - \angle CEJ$ -----③ $\angle JED = 90^\circ - \angle CEJ$ -----④ ③, ④から, $\angle IEC = \angle JED$ -----⑤ ①, ②, ⑤で, 2つの三角形は, 1組の辺とその両端の角が それぞれ等しいことがいえたから, $\triangle EIC \cong \triangle EJD$</p>	
	2	$6\sqrt{2}$ (cm)	
	3	$\frac{115}{6}$ (cm ²)	