

平成31年度

兵庫県公立高等学校学力検査問題

数 学

注 意

- 1 「開始」の合図があるまで開いてはいけません。
- 2 「開始」の合図で、1ページから7ページまで問題が印刷されていることを確かめなさい。
- 3 解答用紙の左上の欄に受検番号を書きなさい。
- 4 解答用紙の  の得点欄には、何も書いてはいけません。
- 5 答えは、全て解答用紙の指定された解答欄に書きなさい。
- 6 問題は6題で、7ページまであります。
- 7 「終了」の合図で、すぐ鉛筆を置きなさい。
- 8 解答用紙は、机の上に置いて、退室しなさい。

注意 全ての問い合わせについて、答えに $\sqrt{\quad}$ が含まれる場合は、 $\sqrt{\quad}$ を用いたままで答えなさい。

1 次の問い合わせに答えなさい。

- (1) $(-5) + (-2)$ を計算しなさい。
- (2) $(-6xy^2) \div (-3xy)$ を計算しなさい。
- (3) $5\sqrt{3} - \sqrt{27}$ を計算しなさい。
- (4) 2次方程式 $x^2 - 3x - 4 = 0$ を解きなさい。
- (5) 反比例 $y = \frac{a}{x}$ のグラフが、点 $(2, -3)$ を通るとき、 a の値を求めなさい。
- (6) 図1で、 $\ell \parallel m$ のとき、 $\angle x$ の大きさは何度か、求めなさい。
- (7) 図2のような円すいの体積は何 cm^3 か、求めなさい。ただし、円周率は π とする。

- (8) 図3のように、円周上に4点 A, B, C, D がある。円の中心を作図によって求めると、どの点が円の中心となるか、次のア～エから1つ選んで、その符号を書きなさい。
- ア 弦 AC の中点
 - イ 弦 AC と弦 BD の交点
 - ウ 弦 BC の垂直二等分線と弦 CD の垂直二等分線の交点
 - エ $\angle ABC$ の二等分線と $\angle BCD$ の二等分線の交点

図1

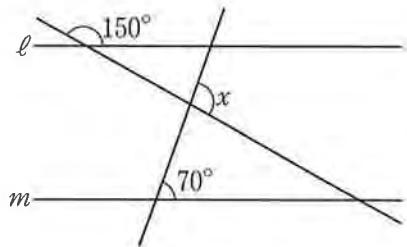


図2

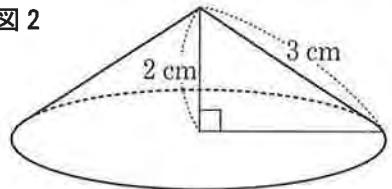
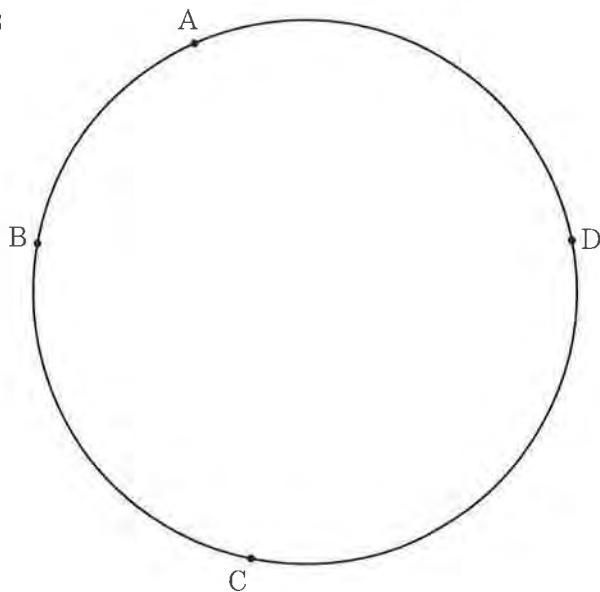


図3



2 自動運転で走る自動車Xがあり、次の2つの走行モード（運転方式）を選択できる。

<走行モード>

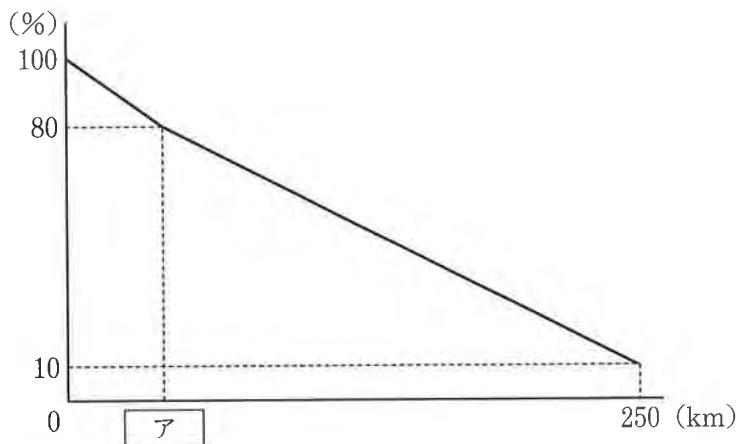
A モード	時速 60 km
B モード	時速 40 km

また、次の条件で考える。

<条件>

- ・2つの走行モードのみを使用し、各走行モードでは常に一定の速度で走行する。
- ・走行した距離に対して消費する燃料の割合は、各走行モードで一定とする。
- ・出発時は燃料が100%あり、出発後は燃料の補給を行わない。

自動車Xは、Aモードのみで最大200km走行できる。図は、最初にAモード、次にBモードで合計250km走行したときの距離と燃料の残量の割合の関係を表したグラフである。



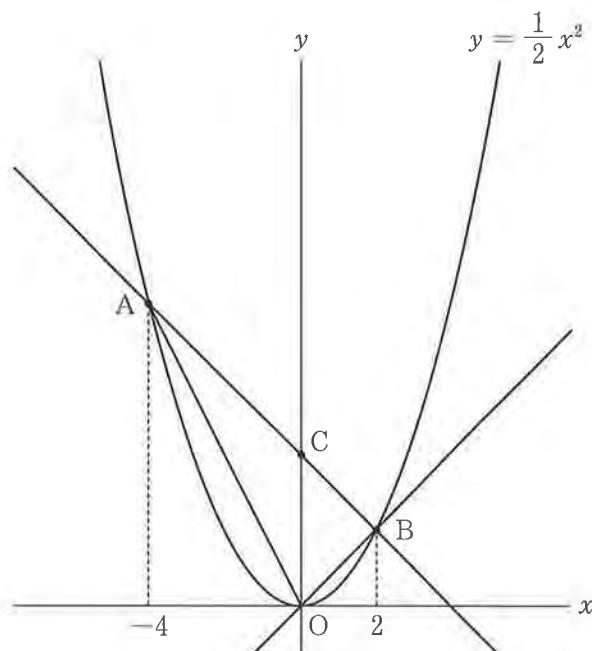
次の問い合わせに答えなさい。

- (1) 図の ア にあてはまる数を求めなさい。
- (2) Bモードのみで最大何km走行できるか、求めなさい。
- (3) 最初にAモードで160km、次にBモードで燃料がなくなるまで走行したとき、出発してから燃料がなくなるまでの時間は何時間何分か、求めなさい。
- (4) 250kmを最短時間で走行するとき、Aモードで走行する距離は何kmか、求めなさい。

3 図のように、関数 $y = \frac{1}{2}x^2$ のグラフ上に 2 点 A, B があり、その x 座標はそれぞれ $-4, 2$ である。また、直線 AB と y 軸の交点を C とする。

次の問い合わせに答えなさい。ただし、座標軸の単位の長さは 1 cm とする。

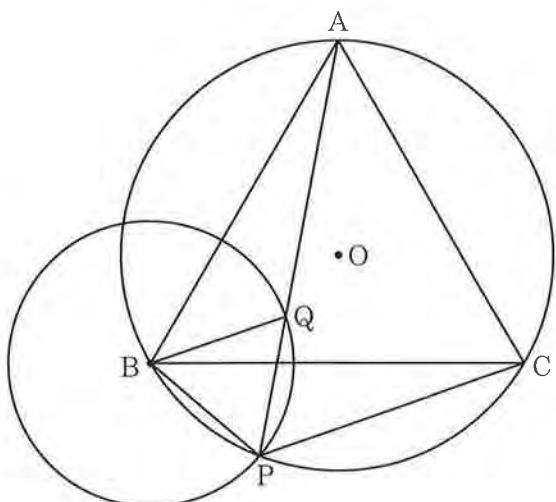
- (1) 直線 OB の傾きを求めなさい。
- (2) $\triangle OAC$ の面積は何 cm^2 か、求めなさい。
- (3) $\triangle OAC$ と $\triangle BCD$ の面積が等しくなるように、 y 軸上の正の部分に点 D をとる。
 - ① 点 D の y 座標を求めなさい。
 - ② 点 B を通り、四角形 OADB の面積を 2 等分する直線と、直線 AD の交点の座標を求めなさい。



- 4 図のように、 $\triangle ABC$ は1辺の長さが6cmの正三角形で、頂点A, B, Cは円Oの周上にあり、点Aを含まない弧BC上に点Pがある。さらに、点Bを中心として点Pを通る円と直線APの交点のうち、Pと異なる点をQとする。

次の問いに答えなさい。ただし、円周率は π とする。

- (1) $\angle AOB$ の大きさは何度か、求めなさい。ただし、180度より小さい角度で答えること。
- (2) 円Oの半径は何cmか、求めなさい。
- (3) $\triangle ABQ \equiv \triangle CBP$ を次のように証明した。
 (i) と (ii) にあてはまるものを、あとのあるからそれぞれ1つ選んでその符号を書き、この証明を完成させなさい。



<証明>

$\triangle ABQ$ と $\triangle CBP$ において、

$\triangle ABC$ は正三角形なので、 $AB = CB \dots \textcircled{1}$

2点P, Qは、点Bを中心とする同じ円周上にあるので、

$$BQ = BP \dots \textcircled{2}$$

また、弧ABに対する円周角は等しいので、

$$\angle APB = \angle ACB = 60^\circ \dots \textcircled{3}$$

②, ③より、 $\angle BPQ = \angle BQP = 60^\circ$ なので、

$$\angle \boxed{\text{(i)}} = 60^\circ \text{となり, } \angle CBP = 60^\circ - \angle \boxed{\text{(ii)}} \dots \textcircled{4}$$

$$\text{また, } \angle ABC = 60^\circ \text{より, } \angle ABQ = 60^\circ - \angle \boxed{\text{(ii)}} \dots \textcircled{5}$$

$$\textcircled{4}, \textcircled{5} \text{より, } \angle ABQ = \angle CBP \dots \textcircled{6}$$

①, ②, ⑥より、2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので、

$$\triangle ABQ \equiv \triangle CBP$$

ア BAC	イ APC	ウ PBQ
エ CBQ	オ OAP	カ OBQ

- (4) 点Pは点Aを含まない弧BC上を動くものとする。 $\triangle ABQ$ の面積が最大となるとき、2つの円の重なった部分の面積は何 cm^2 か、求めなさい。

5 **[2]**, **[3]**, **[4]**, **[7]**, **[9]** の 5 枚のカードがある。次の問い合わせに答えなさい。

- (1) この 5 枚のカードをよくきって、1 枚ずつ 3 回続けて取り出し、取り出した順に左から右に並べて 3 けたの整数をつくる。
- ① できる 3 けたの整数は全部で何通りあるか、求めなさい。
 - ② 十の位が 2 となる確率を求めなさい。
 - ③ できる 3 けたの整数すべての平均値を求めなさい。
- (2) 5 枚のカードのうち、1 枚のカードを裏返して置く。そのカードを除いた 4 枚のカードをよくきって、1 枚ずつ 3 回続けて取り出し、取り出した順に左から右に並べて 3 けたの整数をつくる。できる 3 けたの整数すべての平均値を求めると、(1)③で求めた平均値より 111 小さいことが分かった。裏返して置いたカードに書かれている数を求めなさい。

6 先生とゆうきさんは、次のルールにしたがって、正多角形をできるだけ多くの三角形に分割した。

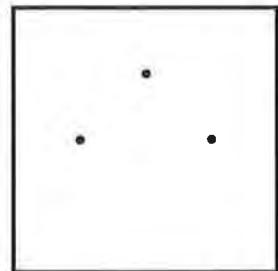
<ルール>

- 最初に、正多角形の内部にいくつかの点をとる。
- 正多角形の頂点や内部の点を線分で結ぶ。
- 線分どうしは交わらない。
- 2点を結ぶ線分上に、他の点はない。

このとき、① ~ ⑥ にあてはまる数や式を求めなさい。また、⑦ にあてはまるものを、A~Eから1つ選んで書きなさい。

先生：最初に、正方形の内部に3個の点をとって、できるだけ多くの三角形に分割したとき、ひいた線分の本数とできた三角形の個数について調べてみましょう。
例えば、図1のように3個の点をとります。

図1



先生：図2、3を見てください。分割方法は他にもありますが、もとの正方形はともに10本の線分で、8個の三角形に分割されています。

図2

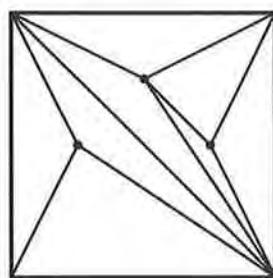
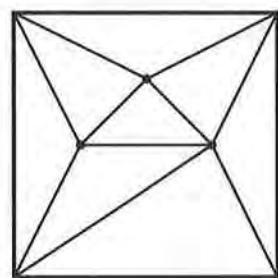
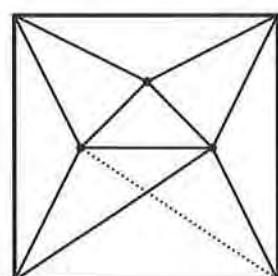


図3



先生：なお、図3において、11本目の線分（例えば図4の点線）をひこうとしても、他の線分と交わってしまうため、ルール上11本目の線分をひくことはできません。

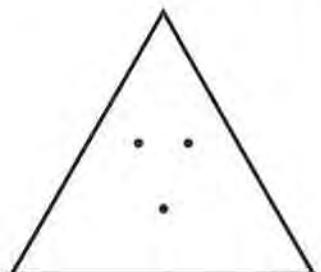
図4



先生：次に、図5のように正三角形の内部に3個の点をとったとき、ひいた線分の本数と分割してできた三角形の個数について調べてみましょう。

ゆうきさん：① 本の線分で、② 個の三角形に分割できます。

図5

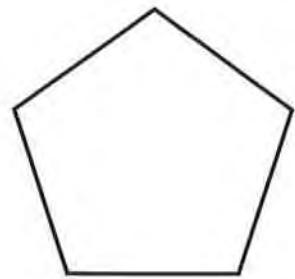


先生 生：次に、図6の正五角形の内部にゆうきさんが4個の点をとって、ひいた線分の本数と分割してきた三角形の個数について調べてみましょう。

ゆうきさん： ③ 本の線分で、 ④ 個の三角形に分割できます。

確認のため、分割方法を変えて何度かやってみましたが、どの場合も同じ結果になりました。何か法則がありそうですね。

図6



先生 生：まずは、分割してきた三角形の個数について、図3を使って考えてみましょう。
三角形の内角の和に着目すると、どのようなことがいえますか。

ゆうきさん：分割してきた8個の三角形の内角の和を合計すると、もとの正方形の内角の和と、内部にとった3個の点の周りの360°ずつを合計したものに等しくなります。

先生 生：そうですね。

先生 生：ここで、正 n 角形の内部に m 個の点をとり、分割してきた三角形の個数を x として、 x を m と n を用いて表してみましょう。

ゆうきさん：さっき気づいた関係を利用すると、 $x = \boxed{⑤}$ となるので、 ⑤ 個の三角形に分割できることがわかりました。

先生 生：次に、内部にひいた線分の本数を y として、 y を m と n を用いて表してみましょう。

ゆうきさん：辺を共有していない x 個の三角形の辺の数を合計すると $3x$ です。これを利用すると、 $y = \boxed{⑥}$ となるので、 ⑥ 本の線分がひけるということですね。

先生 生：そのとおりです。 m と n が決まれば、ひける線分の本数が求められるということです。

ゆうきさん：では、正二十角形の内部に19個の点をとって、A, B, C, D, Eの5人が、この順番で繰り返し線分を1本ずつひいていき、最後の線分をひいた人が勝つというゲームをすれば、必ず ⑦ が勝つことになりますね。

数 学 の 解 答

問 題	解 答	基 準	配 点
1	(1) -7		各3 24
	(2) $2y$		
	(3) $2\sqrt{3}$		
	(4) ($x =$) -1, 4		
	(5) ($a =$) -6		
	(6) 100 (度)		
	(7) $\frac{10}{3}\pi$ (cm ²)		
	(8) ウ		
2	(1) 40		各3 14 各4
	(2) 300 (km)		
	(3) 4 (時間) 10 (分)		
	(4) 100 (km)		
3	(1) 1		3 15 各4
	(2) 8 (cm ²)		
	① ($y =$) 12		
	② (-3, 9)		
4	(1) 120 (度)		3 15 各4
	(2) $2\sqrt{3}$ (cm)		
	(3) (i) ウ (ii) エ		
	(4) $8\pi - 6\sqrt{3}$ (cm ²)		
5	① 60 (通り)		3 15 各4
	(1) ② $\frac{1}{5}$		
	③ 555		
	(2) 9		
6	① 9		各2 17 各3
	② 7		
	③ 14		
	④ 11		
	⑤ $2m + n - 2$		
	⑥ $3m + n - 3$		
	⑦ D		