平 成 31 年 度

公立高等学校入学者選抜学力検査問題

数　　学

注 意 事 項

1　問題は，1ページから6ページまであります。

2　解答は，すべて解答用紙に記入しなさい。

1 下の(1)～(5)に答えなさい。なお，解答欄の $\boxed{}$ には答だけを書くこと。

(1) 次の**ア**～**オ**の計算をしなさい。

ア $5-(-2)$

イ $-2\times(-3)^2+4$

ウ $2x^3y^2 \div \frac{1}{2}xy^2$

エ $\frac{a+2b}{3}-\frac{a-b}{2}$

オ $\sqrt{12}-3\sqrt{2}\div\sqrt{6}$

(2) 次の方程式を解きなさい。

$2x^2-3x-1=0$

(3) 1から6までの目が出る大小2つのさいころを同時に1回投げるとき，出た目の数の積が5の倍数になる確率を求めなさい。ただし，2つのさいころはともに，どの目が出ることも同様に確からしいとする。

(4) 関数 $y=ax^2$ について，x の変域が $-1\leqq x\leqq 2$ のとき，y の変域が $-12\leqq y\leqq 0$ である。
このとき，a の値を求めなさい。

(5) 生徒10人の上体起こしの回数を測定し，多い方から順に並べると，5番目の生徒と6番目の生徒の回数の差は4回で，10人の回数の中央値は25回であった。欠席したAさんが，次の日に上体起こしの回数を測定したところ28回であった。

このとき，Aさんを含めた11人の回数の中央値を求めなさい。

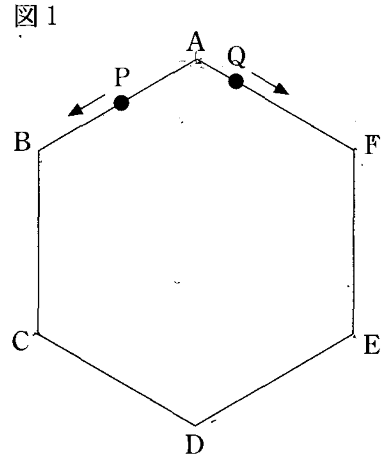
2 図1，図2のように，1辺の長さが1mの正六角形ABCDEFがある。点Pと点Qは，$\boxed{}$の中の規則にしたがって，この辺上を動く。

＜ **規則** ＞ ・点Pは反時計回りに毎秒2mの速さで辺上を動く ・点Qは時計回りに毎秒1mの速さで辺上を動く。

このとき，次の(1)，(2)に答えなさい。

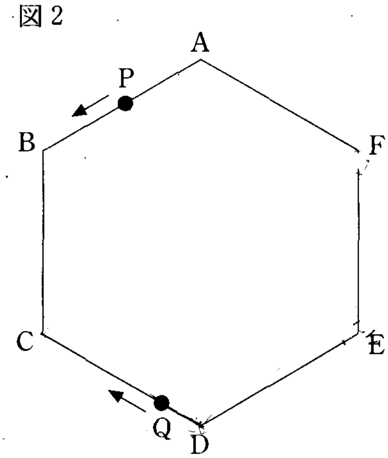
(1) 図1のように，2点P，Qは頂点Aを同時に出発し，辺上を動く。P，Qが出発してから初めて出会うのは何秒後か，求めなさい。

図1



(2) 図2のように，2点P，Qはそれぞれ頂点A，Dを同時に出発し，辺上を動く。P，Qが頂点C上でn回出会うとき，それまでにPが動いた長さをnを用いた式で表しなさい。また，その考え方を説明しなさい。説明においては，図や表，式などを用いてよい。ただし，nは自然数とする。

図2



3 右の表は，AさんがB市の水道料金を調べて，使用量 30 m^3 までの分をまとめたものである。なお，1か月の水道料金は，次のとおりである。

(基本料金)＋(使用量ごとの料金)

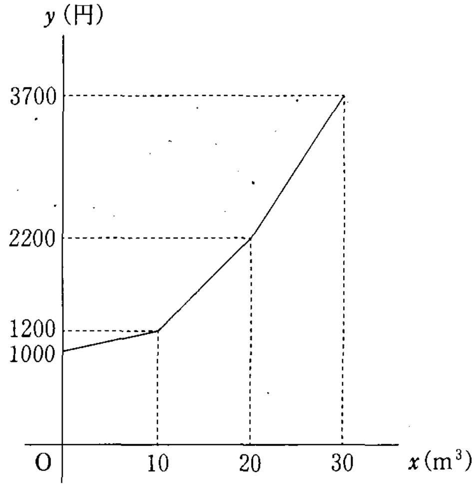
このとき，次の(1)～(3)に答えなさい。ただし，消費税については考えないものとする。

B市の1か月分の水道料金表(税抜き)		
基本料金		
使用量に関わらず定額		1000円
使用量ごとの料金		
使用量ごとの区分	0 m^3 から 10 m^3 までの分	1 m^3 あたり 20円
	10 m^3 を超えて 20 m^3 までの分	1 m^3 あたり 100円
	20 m^3 を超えて 30 m^3 までの分	1 m^3 あたり 150円

(1) ある月の1か月の水の使用量が 4 m^3 のとき，その月の水道料金を求めなさい。

(2) 右の図は，Aさんがまとめた表をもとに，1か月の水の使用量を x m^3，水道料金を y 円として，x と y の関係をグラフに表したものである。ただし，それぞれの使用量ごとの区分では，y は x の一次関数とみなす。

このとき，使用量が 20 m^3 を超えて 30 m^3 までの範囲での，x と y の関係を表す式を求めなさい。



(3) Aさんは，次のような料金設定を考えることにした。

> 1か月の水道料金は，基本料金と使用量ごとの料金の合計とする。また，基本料金を700円，1 m^3 あたりの料金を使用量に関わらず一定とすることとし，さらに，1か月に水を 20 m^3 使用したときの水道料金がB市での水道料金より高く，30 m^3 使用したときの水道料金がB市での水道料金より安くなるように，1 m^3 あたりの料金を設定する。

このとき，1 m^3 あたりの料金を何円より高く，何円より安くするとよいか，(2)のグラフを参考にして求めなさい。ただし，水道料金は水の使用量の一次関数とみなす。なお，途中の計算も書くこと。

4 Aさんの町会では，バザーでドーナツとカップケーキを作って販売した。表1は，このとき作ったドーナツとカップケーキの主な材料と分量を表したものである。表2は，ドーナツとカップケーキ1個あたりの販売価格を示したものである。

表1

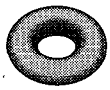
材料と分量			
ドーナツ（1個分） 		**カップケーキ（1個分）** 	
小麦粉	40 g	小麦粉	30 g
砂糖	10 g	砂糖	20 g
バター	5 g	バター	10 g
牛乳	10 mL	牛乳	10 mL
卵	15 g	卵	20 g

表2

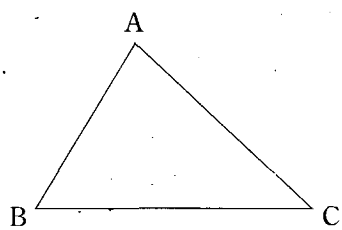
1個あたりの販売価格	
ドーナツ	100円
カップケーキ	150円

用意した小麦粉4kgをすべて使い，ドーナツとカップケーキを作って販売したところ，どちらも完売し，15400円の売り上げとなった。

このとき，ドーナツとカップケーキはそれぞれ何個販売したか，方程式をつくって求めなさい。なお，途中の計算も書くこと。ただし，小麦粉以外の材料は十分にあったものとする。

5 解答用紙に，△ABCがある。これを用いて，次の $\boxed{}$ の中の条件①，②をともに満たす点Pを作図しなさい。ただし，作図に用いた線は消さないこと。

> ① AP = CP
>
> ② 線分BPを直径とする円の周上に，点Cがある。



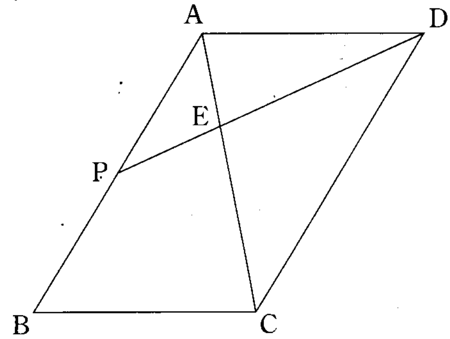
6 図1～図3のように，$\angle ABC = 60°$ の平行四辺形ABCDがあり，Pは辺AB上の点とする。ただし，Pが頂点A，B上にあるときは考えないものとする。

このとき，次の(1)～(3)に答えなさい。

(1) 図1のように，線分ACとPDの交点をEとする。

$\angle ACD = 41°$，$\angle ADP = 21°$ のとき，$\angle CED$ の大きさを求めなさい。

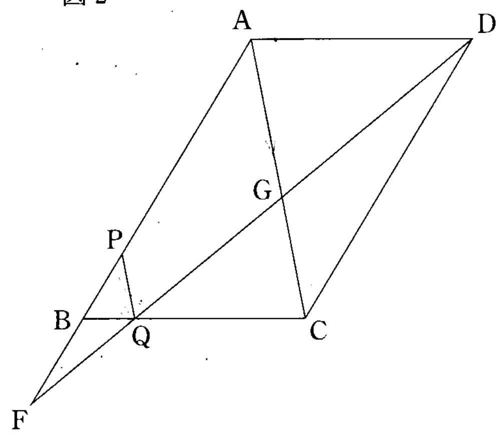
図1



(2) 図2のように，点Qを辺BC上にPQ//ACとなるようにとる。ABとDQを延長したときの交点をFとし，ACとDFの交点をGとする。

このとき，$\triangle GCD \backsim \triangle QPF$ であることを証明しなさい。

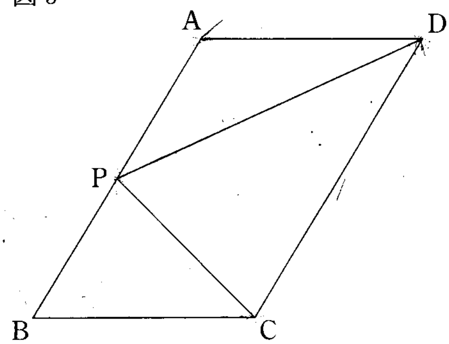
図2



(3) 図3において，AB = 6 cm，AD = 4 cm とする。

CP + PD の長さが最短となるとき，その長さを求めなさい。なお，途中の計算も書くこと。

図3

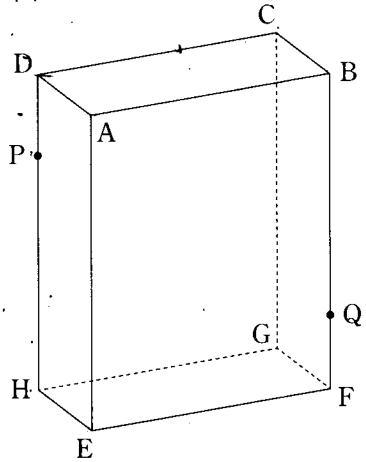


7 図1，図2のように，AB = 3 cm，AD = 1 cm，AE = 4 cm の直方体ABCD－EFGHがある。辺DH上，辺BF上にそれぞれDP = QF = 1 cmとなる点P，Qをとる。

このとき，次の⑴～⑶に答えなさい。

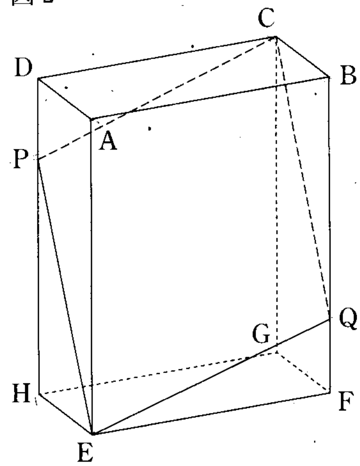
⑴ 図1において，辺ABと平行な辺をすべて書きなさい。

図1



⑵ 図2のように，4点C，P，E，Qを通る平面でこの直方体を切断したとき，切り口の四角形CPEQの面積を求めなさい。なお，途中の計算も書くこと。

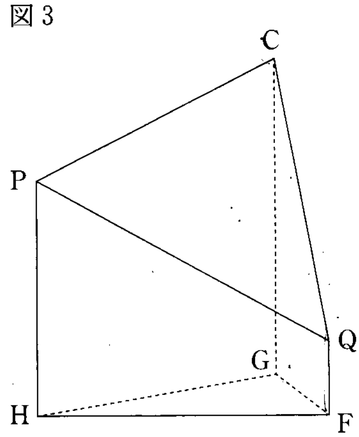
図2



⑶ 図3は，⑵で切断してできた2つの立体のうち，頂点Gを含むほうを，さらに4点P，H，F，Qを通る平面で切断してできた立体である。

このとき，立体CPQ－GHFの体積を求めなさい。なお，途中の計算も書くこと。

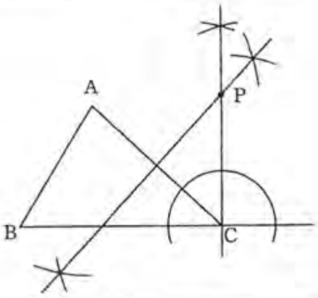
図3



平成３１年度（全日制）

数　学

配点（１００）

<table>
<tr><th colspan="3">問題番号</th><th>解　答　例</th><th colspan="2">配　点</th></tr>
<tr><td rowspan="9">1</td><td rowspan="5">(1)</td><td>ア</td><td>7</td><td>3</td><td rowspan="9">30</td></tr>
<tr><td>イ</td><td>-14</td><td>3</td></tr>
<tr><td>ウ</td><td>$4x^2$</td><td>3</td></tr>
<tr><td>エ</td><td>$\dfrac{-a+7b}{6}$</td><td>3</td></tr>
<tr><td>オ</td><td>$\sqrt{3}$</td><td>3</td></tr>
<tr><td colspan="2">(2)</td><td>$x=\dfrac{3\pm\sqrt{17}}{4}$</td><td>3</td></tr>
<tr><td colspan="2">(3)</td><td>$\dfrac{11}{36}$</td><td>4</td></tr>
<tr><td colspan="2">(4)</td><td>$a=\ -3$</td><td>4</td></tr>
<tr><td colspan="2">(5)</td><td>27　回</td><td>4</td></tr>
<tr><td rowspan="2">2</td><td colspan="2">(1)</td><td>2　秒後</td><td>3</td><td rowspan="2">10</td></tr>
<tr><td colspan="2">(2)</td><td>〔nを用いた式〕
$(12n-10)$　m
〔考え方〕
2点P，Qが頂点Cで初めて出会うのは，Pが2 m動いたときで，その後12 m動くごとにCで出会う。<table><tr><td>Cで出会う回数</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>…</td></tr><tr><td>Pが動いた長さ</td><td>2</td><td>$2+12$</td><td>$2+12\times2$</td><td>…</td></tr></table>表より，Cでn回出会うときのPが動いた長さは
$2+12(n-1)=12n-10$</td><td>7</td></tr>
<tr><td rowspan="3">3</td><td colspan="2">(1)</td><td>1080　円</td><td>3</td><td rowspan="3">14</td></tr>
<tr><td colspan="2">(2)</td><td>$y=150x-800$</td><td>4</td></tr>
<tr><td colspan="2">(3)</td><td>〔計算〕
水道料金のグラフは，点$(0,700)$を通り，傾きを1m^3あたりの料金とする直線である。条件を満たすには，この直線の傾きが，点$(20,2200)$を通る直線の傾きよりも大きく，点$(30,3700)$を通る直線の傾きよりも小さくなればよい。
点$(20,2200)$を通る直線の傾きは$\dfrac{2200-700}{20-0}=75$
点$(30,3700)$を通る直線の傾きは$\dfrac{3700-700}{30-0}=100$
〔答〕　75円より高く，100円より安くするとよい。</td><td>7</td></tr>
<tr><td>4</td><td colspan="2"></td><td>〔方程式と計算〕
ドーナツをx個，カップケーキをy個販売したとすると
$\begin{cases}40x+30y=4000\\100x+150y=15400\end{cases}$
（計算は略）
〔答〕$\begin{cases}\text{ドーナツ　46　個}\\\text{カップケーキ　72　個}\end{cases}$</td><td>10</td><td>10</td></tr>
<tr><td>5</td><td colspan="2"></td><td></td><td>8</td><td>8</td></tr>
<tr><td rowspan="3">6</td><td colspan="2">(1)</td><td>100　度</td><td>3</td><td rowspan="3">14</td></tr>
<tr><td colspan="2">(2)</td><td>〔証明〕
△GCDと△QPFにおいて
CD∥PFより，錯角は等しいので
∠GDC＝∠QFP…①
対頂角は等しいので　∠DGC＝∠FGA…②
PQ∥AGより，同位角は等しいので
∠FGA＝∠FQP…③
②，③より，∠DGC＝∠FQP…④
①，④より，２組の角がそれぞれ等しいから
△GCD∽△QPF</td><td>4</td></tr>
<tr><td colspan="2">(3)</td><td>〔計算〕
辺ABを軸として，点Cを対称移動した点をHとする。CP＋PD＝HP＋PDよりCP＋PDの最短の長さは，HDの長さに等しい。
BC＝4，∠ABC＝60°より
$CH=2\sqrt{3}\times2=4\sqrt{3}$
∠HCD＝90°より
$HD=\sqrt{6^2+(4\sqrt{3})^2}=2\sqrt{21}$
〔答〕$2\sqrt{21}$　cm</td><td>7</td></tr>
<tr><td rowspan="3">7</td><td colspan="2">(1)</td><td>辺DC，辺EF，辺HG</td><td>3</td><td rowspan="3">14</td></tr>
<tr><td colspan="2">(2)</td><td>〔計算〕
CP＝PE＝EQ＝QCより，四角形CPEQはひし形である。
$CE=\sqrt{CG^2+GE^2}=\sqrt{4^2+3^2+1^2}=\sqrt{26}$
同様にして　$PQ=\sqrt{(3-1)^2+3^2+1^2}=\sqrt{14}$
したがって，求める面積は
$\dfrac{1}{2}\times\sqrt{26}\times\sqrt{14}=\sqrt{91}$
〔答〕$\sqrt{91}$　cm^2</td><td>4</td></tr>
<tr><td colspan="2">(3)</td><td>〔計算〕
３点Q，H，Gを通る平面でこの立体を切断すると，四角すいQPHGCと三角すいQHFGができる。
したがって，求める体積は
$(3+4)\times3\times\dfrac{1}{2}\times1\times\dfrac{1}{3}+3\times1\times\dfrac{1}{2}\times1\times\dfrac{1}{3}$
$=\dfrac{7}{2}+\dfrac{1}{2}=4$
〔答〕4　cm^3</td><td>7</td></tr>
</table>