

平成30年度学力検査問題

数 学

注意

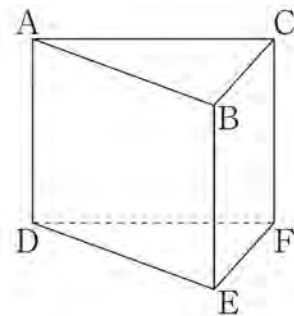
- 1 監督者の開始の合図があるまで、この問題冊子を開かないでください。
- 2 問題は、1ページから8ページまであります。
- 3 解答は、すべて解答用紙の所定の欄に記入してください。
- 4 解答用紙の※印の欄には、何も記入しないでください。
- 5 監督者の終了の合図で筆記用具を置き、解答面を下に向け、広げて机の上に置いてください。
- 6 解答用紙だけを提出し、問題冊子は持ち帰ってください。

1~6の問題に対する解答用紙への記入上の留意点

- ・ 答えが数または式の場合は、最も簡単な数または式にすること。
- ・ 答えに根号を使う場合は、 $\sqrt{\quad}$ の中を最も小さい整数にすること。
- ・ 答えに円周率を使う場合は、 π で表すこと。

1 次の(1)~(9)に答えよ。

- (1) $11+2\times(-7)$ を計算せよ。
- (2) $2(3a+4b)-(2a-b)$ を計算せよ。
- (3) $\frac{12}{\sqrt{6}}-\sqrt{96}$ を計算せよ。
- (4) 1次方程式 $2x+8=5x-13$ を解け。
- (5) 2次方程式 $x(x+6)=3x+10$ を解け。
- (6) 右の図に示す三角柱ABCDEFにおいて、辺DEとねじれの位置にある辺は全部で何本あるか答えよ。



- (7) 1から6までの目が出る2つのさいころA, Bを同時に投げるとき、出る目の数の積が9の倍数になる確率を求めよ。
ただし、さいころはどの目が出ることも同様に確からしいとする。
- (8) M中学校の全校生徒560人の中から無作為に抽出した40人に対してアンケートを行ったところ、地域でボランティア活動に参加したことがある生徒は25人であった。
M中学校の全校生徒のうち、地域でボランティア活動に参加したことがある生徒の人数はおよそ何人と推定できるか答えよ。
- (9) 次のア~エの数量の関係のうち、 y が x の2乗に比例するものを1つ選び、記号で答えよ。また、その関係について、 y を x の式で表せ。
- ア 半径が x cmの円の周の長さを y cmとする。
- イ 周の長さが8 cmの長方形の縦の長さを x cm、横の長さを y cmとする。
- ウ 面積が 12 cm²の三角形の底辺の長さを x cm、高さを y cmとする。
- エ 底面の1辺の長さが x cm、高さが6 cmの正四角すいの体積を y cm³とする。

2

3の倍数は、整数 n を用いて $3n$ と表される。
次の (1), (2) に答えよ。

(1) 次のア～カの数のうち、整数 n を用いて $3n+1$ と表されるものをすべて選び、記号で答えよ。

ア 80 イ 81 ウ 82 エ 83 オ 84 カ 85

(2) 3と6, 12と15のように、連続する2つの3の倍数において、大きい方の数の2乗から小さい方の数の2乗をひいた差は、もとの2つの数の和の3倍に等しくなることの証明を完成させよ。

(証明)

整数 n を用いると、

したがって、連続する2つの3の倍数において、大きい方の数の2乗から小さい方の数の2乗をひいた差は、もとの2つの数の和の3倍に等しくなる。

3

A中学校とB中学校の生徒全員を対象に、6か月間に読んだ本の冊数を調査した。

表1は、各中学校の調査結果を度数分布表に整理したものであり、表2は、各中学校の平均値を示したものである。

下の会話文は、浩さんと花さんが、表1と表2をもとに、「どちらの中学校の生徒がよく本を読んでいるといえるか」について会話した内容の一部である。

会話文を読んで、次の(1)、(2)に答えよ。

表1

階級(冊)	度数(人)	
	A中学校	B中学校
0 ~ 5 ^{以上 未満}	21	5
5 ~ 10	64	11
10 ~ 15	89	23
15 ~ 20	86	12
20 ~ 25	54	11
25 ~ 30	36	5
30 ~ 35	0	0
35 ~ 40	0	0
40 ~ 45	0	0
45 ~ 50	0	3
計	350	70

表2

学校名	A中学校	B中学校
平均値(冊)	15.3	16.0



2つの中学校を階級ごとに比べてみたらどうかな。そのとき、各階級の度数どうしをそのまま比べてもいいのかな。

①各階級の度数ではなく、相対度数を比べるといいよ。たとえば、0冊以上5冊未満の階級については、度数はA中学校の方が大きいけれど、相対度数はB中学校の方が大きいよ。ただ、ある階級の相対度数を比べるだけで、どちらの中学校の生徒がよく本を読んでいるといえるかはわからないね。



では、代表値を比べてみたらどうだろう。たとえば、平均値を比べると、B中学校の方がA中学校より大きいので、B中学校の生徒の方がよく本を読んでいるといえるよ。

B中学校には、45冊以上50冊未満の階級に3人の生徒が入っているので、この影響を受けて平均値が大きくなっているのではないかな。ほかの代表値を比べるとどうだろう。



最頻値を比べると、ともに12.5冊で等しいので、どちらともいえないよ。

②中央値を比べると、A中学校の生徒の方がよく本を読んでいるといえるよ。



比べる代表値によって、どちらの中学校の生徒がよく本を読んでいるといえるかは違ってくるね。

(1) 下線部①で述べているように、各階級の度数ではなく、相対度数を比べるとよいのはどのような場合か答えよ。

(2) 表1において、下線部②で述べていることは正しい。正しい理由を、中央値がふくまれる階級を示して説明せよ。

4

図1のように、2つの直方体の水そうA、水そうBが、台の上に水平に置かれ、それぞれ水が入っている。水そうAには㊦管と㊧管を使って水を入れ、水そうBには㊨管を使って水を入れる。㊦管、㊧管、㊨管からは、それぞれ一定の水量で水が出る。

水そうAに㊦管だけを使って水を入れると、水面の高さは毎分2cmずつ高くなる。

水そうAに、まず㊦管だけを使って5分間水を入れ、次に㊦管と㊧管の両方を使って4分間水を入れ、最後に再び㊦管だけを使って6分間水を入れたところ、底から水面までの高さが39cmになった。

図2は、水そうAに水を入れはじめてから15分後までの時間と底から水面までの高さの関係をグラフに表したものである。

ただし、水そうの厚さは考えないものとする。

図1

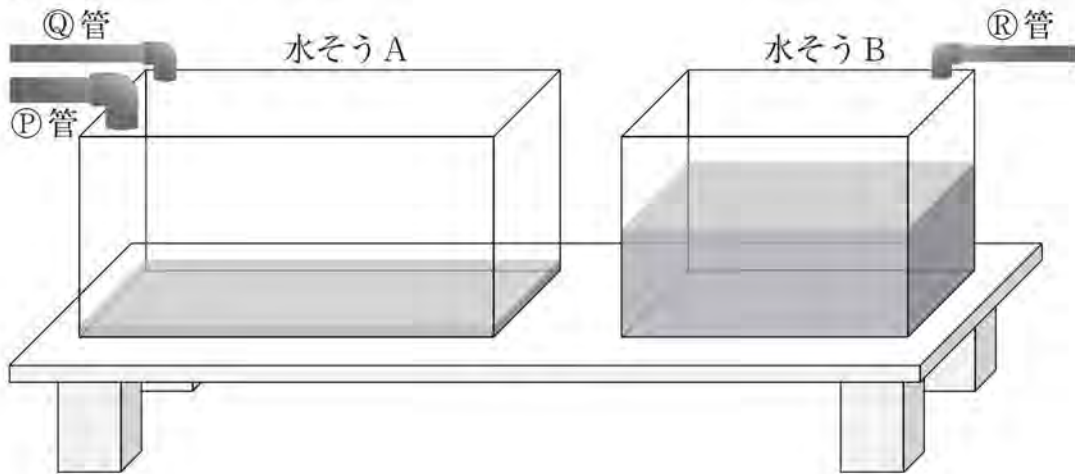
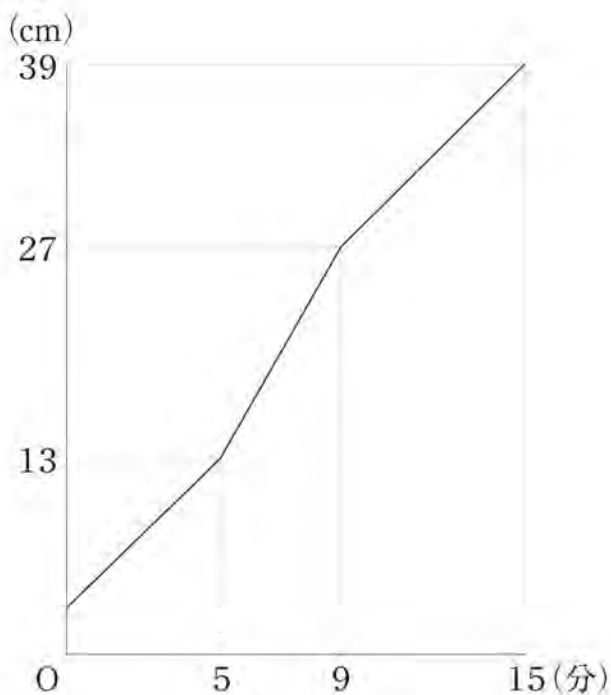


図2



次の(1)～(3)に答えよ。

- (1) 次のア～エの表のうち、水そうAに水を入れはじめてから3分後までの時間と底から水面までの高さの関係を正しく表したものを1つ選び、記号で答えよ。

ア

時間(分)	0	1	2	3
高さ(cm)	3	4	5	6

イ

時間(分)	0	1	2	3
高さ(cm)	3	5	7	9

ウ

時間(分)	0	1	2	3
高さ(cm)	5	6	7	8

エ

時間(分)	0	1	2	3
高さ(cm)	5	7	9	11

- (2) 仮に、㊤管だけを使って水を入れたとすると、水そうAの水面の高さは毎分何cmずつ高くなるか求めよ。

- (3) 水そうBには、底から30cmの高さまで水が入っている。

水そうAに水を入れはじめてから9分後に水そうBに水を入れはじめ、6分間水を入れたところ、水そうBの底から水面までの高さが38cmになった。

水そうAに水を入れはじめて9分後から15分後までの間で、水そうAと水そうBの底から水面までの高さが等しくなったのは、水そうAに水を入れはじめてから何分何秒後か求めよ。

解答は、水そうAと水そうBについて、水そうAに水を入れはじめてから x 分後の底から水面までの高さを y cmとし、下の□内の条件Ⅰ～条件Ⅲにしたがってかけ。

条件Ⅰ 水そうAと水そうBのそれぞれについて、 $9 \leq x \leq 15$ における x と y の関係を表す式を、それらの式になる理由もふくめてかくこと。なお、理由は簡潔にかくこと。

条件Ⅱ 条件Ⅰで求めた2つの式を使って答えを求める過程がわかるようにかくこと。

条件Ⅲ 解答欄の□の中には、あてはまる数をかくこと。

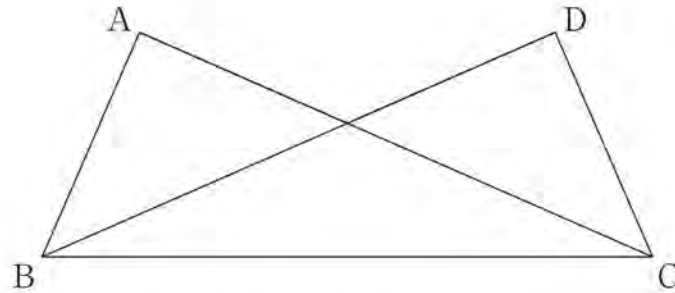
5

$BC = 6\text{ cm}$ の $\triangle ABC$ がある。

図1のように、点Aと異なる点Dを、 $AC = DB$ 、 $\angle ACB = \angle DBC$ となるようにとり、点Bと点D、点Cと点Dをそれぞれ結ぶ。

次の(1)～(3)に答えよ。

図1



(1) 図1において、次のように、 $\angle BAC = \angle CDB$ であることを証明した。

証明

$\triangle ABC$ と $\triangle DCB$ において

共通な辺だから

$$BC = CB \quad \dots \textcircled{1}$$

仮定から

$$AC = DB \quad \dots \textcircled{2}$$

$$\angle ACB = \angle DBC \quad \dots \textcircled{3}$$

①, ②, ③より

2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので

$$\triangle ABC \equiv \triangle DCB$$

合同な図形の対応する角は等しいから

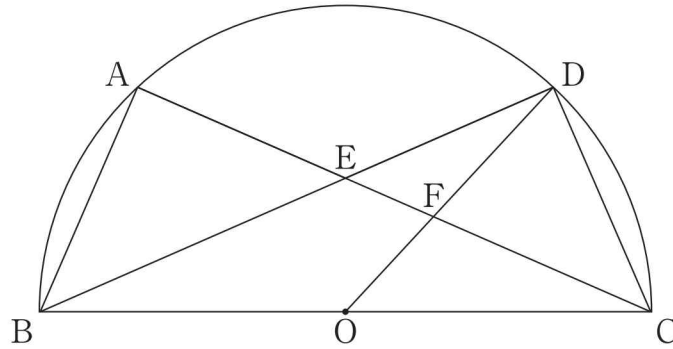
$$\angle BAC = \angle CDB$$

証明の中で示した $\triangle ABC \equiv \triangle DCB$ であることから、 $\angle BAC = \angle CDB$ のほかに、 $\triangle ABC$ と $\triangle DCB$ の辺や角の関係について新たにわかることが2組ある。新たにわかる辺や角の関係を、記号 = を使って答えよ。

- (2) 図2は、図1において、線分BCの中点をOとし、点A, Dが、線分BCを直径とする半円Oの \widehat{BC} 上にある場合を表しており、線分ACと線分BD, ODとの交点をそれぞれE, Fとしたものである。

このとき、 $\triangle OCF \sim \triangle EDF$ であることを証明せよ。

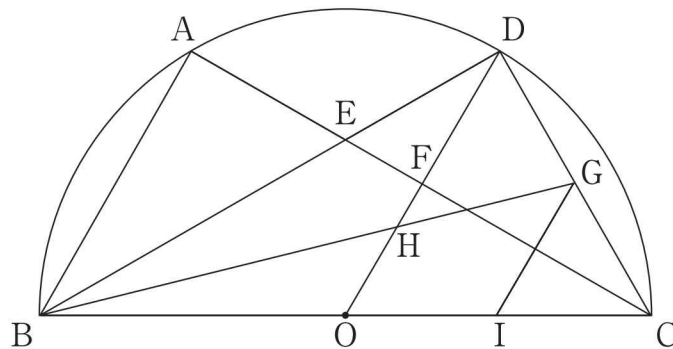
図2



- (3) 図3は、図2において、 $\widehat{AB} = \widehat{AD}$ となる場合を表しており、線分CDの中点をGとし、線分BGと線分ODとの交点をH、点Gを通り線分ABに平行な直線と線分BCとの交点をIとしたものである。

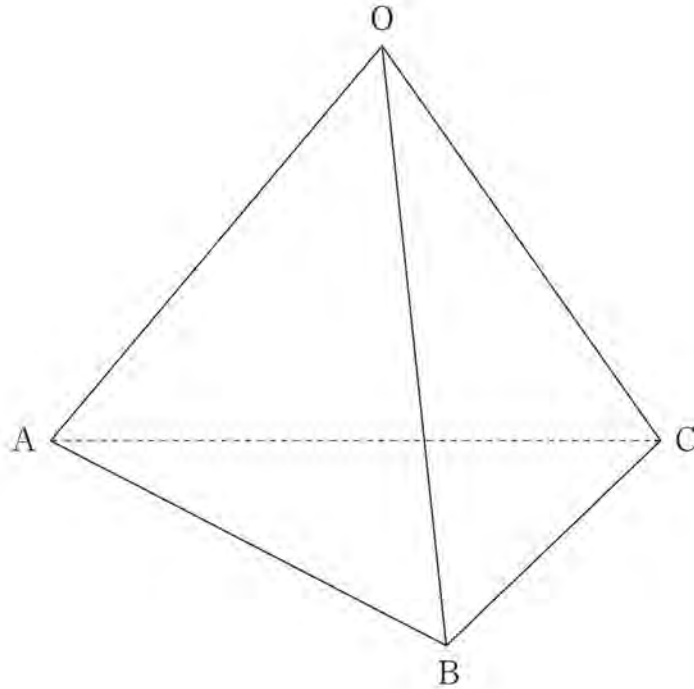
このとき、四角形OIGHの面積を求めよ。

図3



6

下の図は、1辺の長さが8 cm の正四面体OABCを表している。
次の(1), (2)に答えよ。



(1) 図に示す立体において、

辺OA, OB, OC上にそれぞれ点D, E, Fを、 $OD:DA = 1:2$, $OE:EB = 1:2$,
 $OF:FC = 1:2$ となるようにとる。

このとき、正四面体OABCを3点D, E, Fを通る平面で分けたときにできる
2つの立体のうち、頂点Aをふくむ立体の体積は、正四面体OABCの体積の
何倍か求めよ。

(2) 図に示す立体において、

辺BCの中点をGとし、辺OA上に点Hを $OH = GH$ となるようにとる。点Aと
点Gを結び、点Hから線分AGに垂線をひき、線分AGとの交点をIとする。

このとき、線分HIの長さを求めよ。

平成30年度学力検査解答用紙

数 学

○

受検番号

氏名

- ・ この用紙の内側に解答欄があります。
 - ・ 監督者の指示があったら、この用紙を冊子から取りはずし、受検番号、氏名を記入してください。なお、受検番号を記入する欄は、内側にもあります。
 - ・ 受検番号、氏名の記入が終わったら、この用紙を二つ折りにして、静かに開始の合図を待ってください。
-

1	(1)		(2)		※ ※ ※ ※ ※	
	(3)		(4)	$x =$		
	(5)	$x =$	$x =$	(6)		本
	(7)		(8)	およそ		人
	(9)	記号		式		$y =$

2	(1)		※ ※ ※
	(2)	<p>(証明) 整数 n を用いると、</p> <p>したがって、連続する2つの3の倍数において、大きい方の数の2乗から小さい方の数の2乗をひいた差は、もとの2つの数の和の3倍に等しくなる。</p>	

3	(1)		※ ※ ※
	(2)	(説明)	

4	(1)		(2)	毎分	cm	※ ※ ※
	(3)	<p>(解答) 水そうAと水そうBについて、水そうAに水を入れはじめてから x 分後の底から水面までの高さを y cm とする。</p> <p>水そうAに水を入れはじめてから <input type="text"/> 分 <input type="text"/> 秒後</p>				

5	(1)		※ ※ ※
	(2)	(証明)	
	(3)	cm^2	

6	(1)	倍	(2)	cm	※
----------	-----	---	-----	----	---

受検番号

※
得点

30.3 数学 正答及び配点

1	(1)	-3	(2)	$4a + 9b$
	(3)	$-2\sqrt{6}$	(4)	$x = 7$
	(5)	$x = -5, x = 2$	(6)	3 本
	(7)	$\frac{1}{9}$	(8)	およそ 350 人
	(9)	記号	工	式

※(配点)

2	2
2	2
2 順不同 両解	2
3	3
3	両解

※(小計)

21

2	(1)	ウ, カ
	(2)	<p>(証明) 整数 n を用いると, (例) 連続する2つの3の倍数のうち, 小さい方の数は $3n$, 大きい方の数は $3n+3$ と表される。 大きい方の数の2乗から小さい方の数の2乗をひいた差は, $(3n+3)^2 - (3n)^2 = 9n^2 + 18n + 9 - 9n^2$ $= 18n + 9$ $= 3(6n+3)$ $= 3 3n + (3n+3)$ $3n, 3n+3$ はもとの2つの数だから, $3 3n + (3n+3)$ は, もとの2つの数の和の3倍である。</p> <p>したがって, 連続する2つの3の倍数において, 大きい方の数の2乗から小さい方の数の2乗をひいた差は, もとの2つの数の和の3倍に等しくなる。</p>

※(配点)

2 順不同 全解
5

※(小計)

7

3	(1)	(例) 度数の合計が異なる場合
	(2)	<p>(説明) (例) 中央値がふくまれる階級は, A中学校が15冊以上20冊未満で, B中学校は10冊以上15冊未満であり, 中央値はA中学校の方がB中学校より大きいから。</p>

※(配点)

2
3

※(小計)

5

4	(1)	イ	(2)	毎分 $\frac{3}{2}$ cm
	(3)	<p>(解答) 水そうAと水そうBについて, 水そうAに水を入れはじめてから x 分後の底から水面までの高さを y cm とする。 (例) $9 \leq x \leq 15$ における水そうAについてのグラフは, 傾きが2で, 点(9, 27)を通る直線なので, 式は, $y = 2x + 9 \dots \textcircled{1}$ $9 \leq x \leq 15$ における水そうBについてのグラフは, 2点(9, 30), (15, 38)を通る直線になるので, 式は, $y = \frac{4}{3}x + 18 \dots \textcircled{2}$ $\textcircled{1}, \textcircled{2}$を連立方程式として解くと, $x = \frac{27}{2}, y = 36$ $9 \leq x \leq 15$ だから, これは問題にあう。 水そうAに水を入れはじめてから 13 分 30 秒後</p>		

※(配点)

2	2
5	

※(小計)

9

5	(1)	$AB = DC$	$\angle ABC = \angle DCB$
	(2)	<p>(証明) (例) $\triangle OCF$と$\triangle EDF$において 対頂角は等しいから $\angle OFC = \angle EFD \dots \textcircled{1}$ 仮定から $\angle ACB = \angle DBC \dots \textcircled{2}$ $OB = OD$より, $\triangle ODB$は二等辺三角形だから $\angle DBC = \angle FDE \dots \textcircled{3}$ $\textcircled{2}, \textcircled{3}$より $\angle ACB = \angle FDE \dots \textcircled{4}$ $\textcircled{1}, \textcircled{4}$より, 2組の角がそれぞれ等しいので $\triangle OCF \sim \triangle EDF$</p>	
	(3)	$\frac{15\sqrt{3}}{16}$ cm ²	

※(配点)

2 順不同 両解
5
4

※(小計)

11

※(配点)

3	4
---	---

※(小計)

6	(1)	$\frac{26}{27}$ 倍	(2)	$\frac{2\sqrt{6}}{3}$ cm
----------	-----	-------------------	-----	--------------------------

受検番号

※(合計)

得点	60
----	----