

平成30年度

Ⅱ 数 学

(10時10分～11時00分)

注 意

- 問題用紙は3枚(3ページ)あります。
- 解答用紙はこの用紙の裏面です。
- 答えはすべて、解答用紙の所定の欄に記入しなさい。
- 解答用紙の※印の欄には記入してはいけません。

**注意**

- 1 答えに $\sqrt{\quad}$ が含まれるときは、 $\sqrt{\quad}$ をつけたままで答えなさい。  
ただし、 $\sqrt{\quad}$ の中はできるだけ小さい自然数にしなさい。
- 2 円周率は $\pi$ を用いなさい。

**1** 次の(1)、(2)の問いに答えなさい。

(1) 次の計算をしなさい。

- ①  $-7+2$
- ②  $\left(-\frac{3}{10}\right)\times\left(-\frac{5}{4}\right)$
- ③  $6x^4\div(-3x^2)\div 3x$
- ④  $\sqrt{48}-\sqrt{3}$

(2)  $x=-\frac{1}{5}$ ,  $y=3$ のとき、 $3(2x-3y)-(x-8y)$ の値を求めなさい。

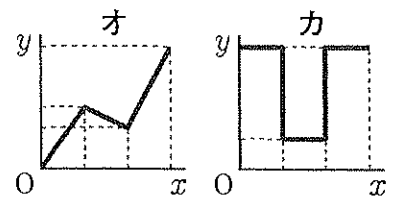
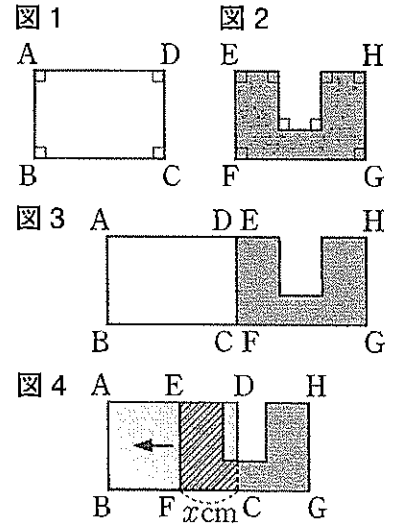
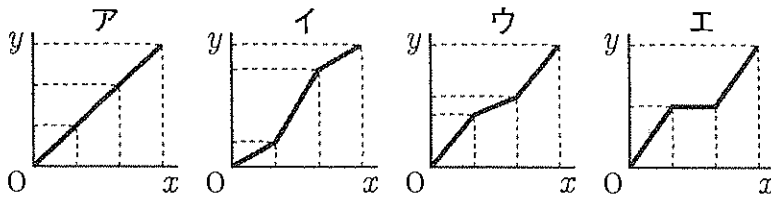
**2** 次の(1)～(5)の問いに答えなさい。

(1)  $\sqrt{28n}$ が自然数になるような自然数 $n$ のうちで、もっとも小さい値を求めなさい。

(2) 関数 $y=ax^2$ について、 $x$ の変域が $-2\leq x\leq 4$ のときの $y$ の変域が $-8\leq y\leq 0$ である。  
このとき、 $a$ の値を求めなさい。

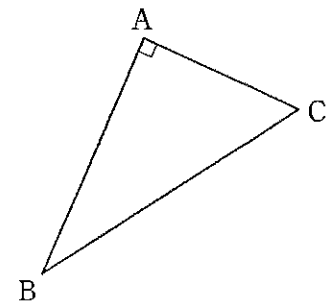
(3) 右の図1のような長方形の厚紙と、図2のような厚紙があり、 $AB=EF=HG$ ,  $BC=FG$ である。図3のように、2枚の厚紙を辺DCとEFが重なるように並べて、その位置から図4のように、図2の厚紙を長方形の厚紙に重ねて辺BCにそって左方向に移動させる。CFの長さを $x$  cm、2枚の厚紙が重なる部分の面積を $y$   $\text{cm}^2$ とする。

点Fが点Bに重なるまで移動させるとき、 $x$ と $y$ の関係を表すグラフとして正しいものを、次のア～カの中から1つ選び、記号で答えなさい。



(4) 半径が6 cm、中心角が $270^\circ$ のおうぎ形の面積を求めなさい。

(5) 右の図のように、 $\angle A=90^\circ$ の直角三角形ABCがある。  
3点A, B, Cを通る円の中心Pを、定規とコンパスを用いて作図によって求め、Pの位置を示す文字Pも書きなさい。  
ただし、作図に用いた線は消さないでおきなさい。



3 次の(1), (2)の問いに答えなさい。

(1) 次の資料は、ある中学校の男子14人の50m走の記録を示したものである。

資料 

7.2	8.9	9.4	7.1	7.5	6.7	7.4	8.6	8.9	7.8	7.2	9.6	10.1	8.0
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	------	-----

 (単位: 秒)

① 資料の男子14人の記録を、右の度数分布表に整理したとき、7.0秒以上8.0秒未満の階級の度数を求めなさい。

度数分布表

記録(秒)	度数(人)
以上 未満	
6.0 ~ 7.0	
7.0 ~ 8.0	
8.0 ~ 9.0	
9.0 ~ 10.0	
10.0 ~ 11.0	
合計	14

② 資料の男子14人の記録に女子16人の記録を追加して、合計30人の記録を整理したところ、9.0秒以上10.0秒未満の階級の相対度数が0.3であった。この階級に入っている女子の人数を求めなさい。

ただし、この階級の相対度数0.3は正確な値であり、四捨五入などはされていないものとする。

(2) 花子さんと太郎さんは、数学の授業で次の【課題】について考えた。下の【会話】は、そのとき2人が話し合った内容である。

【課題】

1, 2, 3, 4, 5の数を1つずつ記入した5枚のカードがある。このカードをよくきってから、下のA~Cで示した3つの方法でそれぞれカードを2枚ひくとき、ひいた2枚のカードの数の和が8以上になるのは、どの方法のときがもっとも起こりやすいか調べなさい。

ただし、それぞれの方法において、起こりうるすべての場合はどの場合が起こることも同様に確からしいものとする。

A: カードを1枚ひき、もとにもどさずに続けてもう1枚ひく。

B: カードを同時に2枚ひく。

C: カードを1枚ひいてカードの数を調べ、もとにもどしてよくきってからもう1枚ひく。

【会話】

花子さん: まずは、A, B, Cそれぞれの方法について、起こりうる場合が全部で何通りあるか数えてみよう。

太郎さん: 樹形図をかいて起こりうる場合をすべてあげると、Aのときは全部で20通りだね。

花子さん: Bのときは同時に2枚ひくので、たとえば1と2のカードをひくことと、2と1のカードをひくことは、カードの組み合わせとしては同じだから、起こりうる場合は全部で  通りだね。

太郎さん: Cのときは、起こりうる場合は全部で  通りだね。

花子さん: これで、A, B, Cそれぞれの方法について、2枚のカードの数の和が8以上になる場合が何通りあるかを数えられるから、8以上になる場合の数がもっとも大きい方法のときが、もっとも起こりやすいとしていいよね。

太郎さん: 8以上になる場合の数の大きさだけで比較していいのかな?

① 【会話】の  ,  にあてはまる適切な数をそれぞれ求めなさい。

② ひいた2枚のカードの数の和が8以上になるのは、どの方法のときがもっとも起こりやすいか。A~Cの中から適切なものを1つ選び、解答用紙の( )の中に記号で答えなさい。また、選んだ理由を、根拠となる数値を示して説明しなさい。

4 ある中学校では、学習旅行で自主研修の時間を設けており、生徒は博物館か美術館、またはその両方を見学する。見学に必要な入館券は、博物館の入館券、美術館の入館券、博物館と美術館の両方を見学できる共通入館券の3種類あり、1枚の値段は、博物館の入館券が600円、美術館の入館券が700円、共通入館券が1000円である。

学習旅行に参加した生徒の人数は120人であり、120人全員がいずれか1つの入館券を選んで買ったところ、代金の合計は89500円であった。

美術館の入館券を買った生徒の人数が55人であったとき、博物館の入館券を買った生徒と共通入館券を買った生徒の人数はそれぞれ何人か、求めなさい。

求める過程も書きなさい。

5 下の図において、 $\triangle ABC$  は  $AB=AC$  の二等辺三角形であり、点  $D$ ,  $E$  はそれぞれ辺  $AB$ ,  $AC$  の中点である。

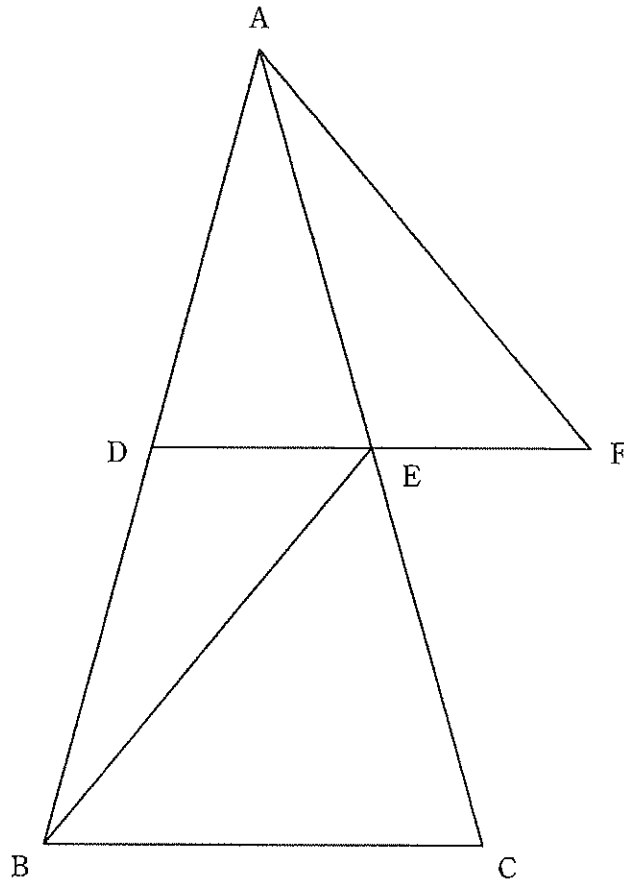
また、点  $F$  は直線  $DE$  上の点であり、 $EF=DE$  である。

このとき、次の (1), (2) の問いに答えなさい。

(1)  $AF=BE$  であることを証明しなさい。

(2) 線分  $BF$  と線分  $CE$  との交点を  $G$  とする。

$\triangle AEF$  において辺  $AF$  を底辺とするときの高さを  $x$ ,  $\triangle BGE$  において辺  $BE$  を底辺とするときの高さを  $y$  とするとき、 $x:y$  を求めなさい。



6 下の図のように、3直線  $l$ ,  $m$ ,  $n$  があり、 $m$ ,  $n$  の式はそれぞれ  $y = \frac{1}{2}x + 2$ ,  $y = -2x + 7$  である。

$l$  と  $m$  との交点、 $m$  と  $n$  との交点、 $l$  と  $n$  との交点をそれぞれ  $A$ ,  $B$ ,  $C$  とすると、 $A$  の座標は  $(-2, 1)$  であり、 $C$  は  $y$  軸上の点である。

このとき、次の (1), (2) の問いに答えなさい。

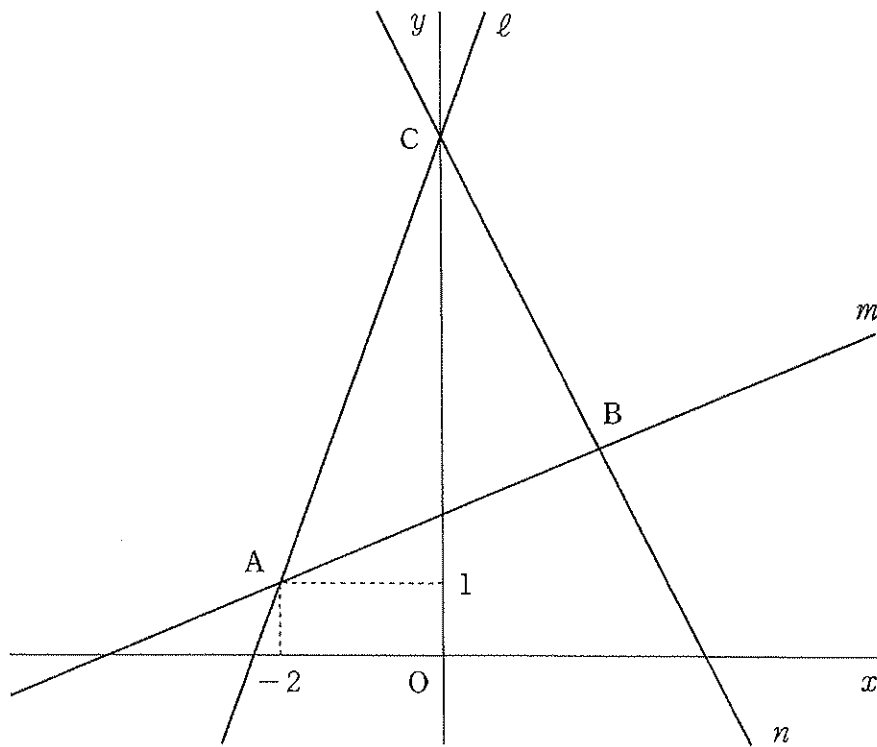
(1) 直線  $l$  の式を求めなさい。

(2)  $A$  を出発点として、直線  $l$ ,  $n$  上を  $A \rightarrow C \rightarrow B$  の順に  $A$  から  $B$  まで動く点を  $P$  とする。

また、 $P$  を通り  $y$  軸に平行な直線と直線  $m$  との交点を  $Q$  とし、 $\triangle APQ$  の面積を  $S$  とする。

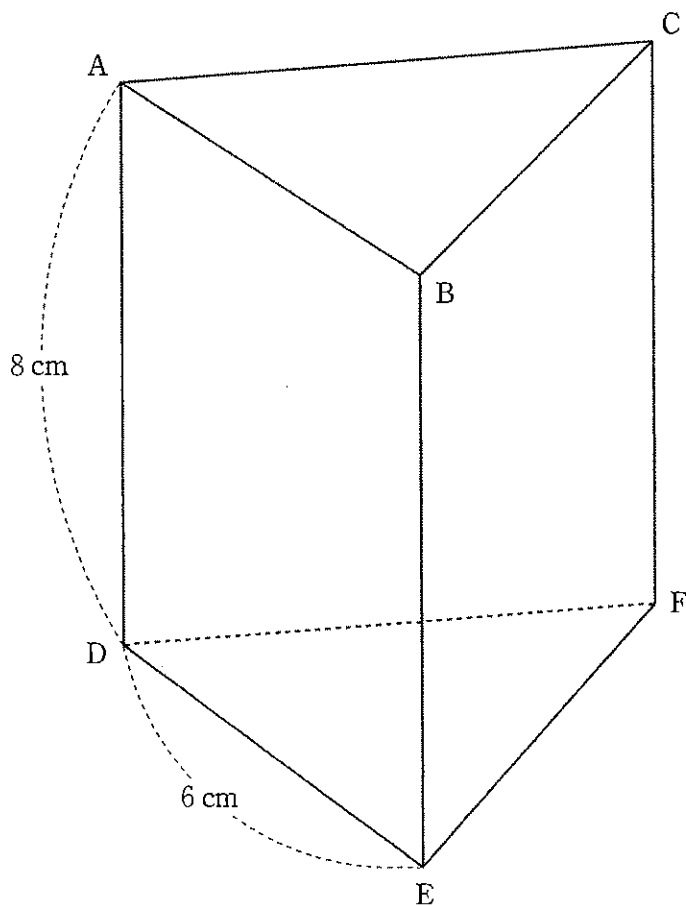
① 点  $P$  の  $x$  座標が  $-1$  のとき、 $S$  の値を求めなさい。

②  $S = \frac{5}{2}$  となる点  $P$  の  $x$  座標をすべて求めなさい。



7 下の図のような、底面が1辺6 cmの正三角形で、高さが8 cmの正三角柱がある。  
このとき、次の(1), (2)の問いに答えなさい。

- (1)  $\triangle DEF$ の面積を求めなさい。
- (2) 線分BD上に点Gを、 $BG:GD = 1:3$ となるようにとる。  
また、辺CF上に点Hを、 $FH = \sqrt{3}$  cmとなるようにとる。
- ① 4点D, E, F, Gを結んでできる三角錐<sup>すい</sup>の体積を求めなさい。
- ② 3点D, E, Hを通る平面と点Gとの距離を求めなさい。



問題		正 解		
大	小			
1	(1)	①	-5	
		②	$\frac{3}{8}$	
		③	$-\frac{2}{3}x$	
		④	$3\sqrt{3}$	
	(2)		-4	
2	(1)		7	
	(2)		$-\frac{1}{2}$	
	(3)		ウ	
	(4)		$27\pi$ cm <sup>2</sup>	
	(5)	[作図の例]		
3	(1)	①	6 人	
		②	7 人	
	(2)	①	ア	10
			イ	25
		②	( C ) [理由の例] ひいた2枚のカードの1枚目が3, 2枚目が5になる場合を [3, 5] と表す。 ひいた2枚のカードの数の和が8以上になる場合は, Aのとき [3, 5], [4, 5], [5, 3], [5, 4] の4通り。 Bのとき, 2枚のカードが3と5の場合, 4と5の場合の2通り。 Cのとき [3, 5], [4, 4], [4, 5], [5, 3], [5, 4], [5, 5] の6通り。 起こりうるすべての場合は, Aのとき20通り, Bのとき10通り, Cのとき25通りであるから, ひいた2枚のカードの数の和が8以上になる確率は, Aのとき $\frac{4}{20} = \frac{1}{5}$ , Bのとき $\frac{2}{10} = \frac{1}{5}$ , Cのとき $\frac{6}{25}$ よって, ひいた2枚のカードの数の和が8以上になる確率ももっとも大きいのはCのときだから。	

問題		正 解	
大	小		
4		<p>[求める過程の例] 博物館の入館券を買った生徒の人数を <math>x</math> 人, 共通入館券を買った生徒の人数を <math>y</math> 人とする。美術館の入館券を買った生徒の人数が 55 人であり, 学習旅行に参加した生徒の人数が 120 人であるから <math>x + 55 + y = 120</math> これを整理して <math>x + y = 65</math> ……① 博物館の入館券が 600 円, 美術館の入館券が 700 円, 共通入館券が 1000 円であり, 代金の合計が 89500 円であるから <math>600x + 700 \times 55 + 1000y = 89500</math> これを整理して <math>3x + 5y = 255</math> ……② ①, ②を連立方程式として解いて <math>x = 35, y = 30</math> これらは問題に適している。</p> <p>答 { 博物館の入館券を買った生徒の人数 <math>\frac{35}{30}</math> 人 共通入館券を買った生徒の人数 <math>\frac{30}{30}</math> 人</p>	
5	(1)	<p>[証明の例 1] △AEF と △BDE において 仮定から EF = DE ……① △ABC は AB = AC の二等辺三角形であり, 点 D, E はそれぞれ辺 AB, AC の中点であるから AE = BD ……② AD = AE ……③ ③より, △ADE は二等辺三角形であるから ∠ADE = ∠AED ……④ また ∠AEF = 180° - ∠AED ……⑤ ∠BDE = 180° - ∠ADE ……⑥ ④, ⑤, ⑥より ∠AEF = ∠BDE ……⑦ ①, ②, ⑦より, 2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから △AEF ≅ △BDE したがって AF = BE</p> <p>[証明の例 2] △ADF と △ECB において △ABC は AB = AC の二等辺三角形であり, 点 D, E はそれぞれ辺 AB, AC の中点であるから AD = EC ……① ∠ABC = ∠ACB ……② 中点連結定理より DE // BC ……③ DE = <math>\frac{1}{2}</math> BC ……④ ③より, 平行線の同位角は等しいから ∠ADF = ∠ABC ……⑤ ②, ⑤より ∠ADF = ∠ECB ……⑥ 仮定から DF = 2DE ……⑦ ④, ⑦より DF = CB ……⑧ ①, ⑥, ⑧より, 2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから △ADF ≅ △ECB したがって AF = BE</p>	
		(2)	
6	(1)		$y = 3x + 7$
	(2)	①	$\frac{5}{4}$
②			$-2 + \sqrt{2}, \sqrt{2}$
7	(1)		$9\sqrt{3}$ cm <sup>2</sup>
	(2)	①	$18\sqrt{3}$ cm <sup>3</sup>
②			$\frac{9\sqrt{10}}{5}$ cm