

平成 29 年度

高等学校入学者選抜学力検査問題

# 数 学

## 注 意 事 項

- 1 問題は、1 ページから 6 ページまであります。
- 2 解答は、すべて解答用紙に記入しなさい。

1 次の(1)~(3)の問いに答えなさい。(12点)

(1) 次の計算をしなさい。

ア  $11 + 8 \div (-4)$

イ  $(-9a^2) \div 21a \times 7b$

ウ  $\frac{x+y}{3} - \frac{x-2y}{5}$

エ  $(\sqrt{6} - 3)^2 - \sqrt{54}$

(2)  $a = 37$ ,  $b = 12$  のとき,  $a^2 - 9b^2$  の式の値を求めなさい。

(3) 次の2次方程式を解きなさい。

$$x^2 + 3x = 8x - 2$$

2 次の(1)~(3)の間に答えなさい。(6点)

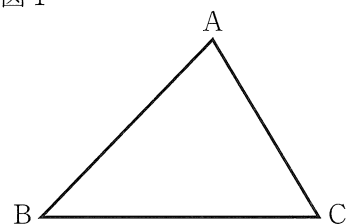
(1) ある中学校では、毎年、多くの生徒が、夏に行われるボランティア活動に参加している。昨年度の参加者は男子が $a$ 人、女子が $b$ 人であった。今年度の参加者は、昨年度の男女それぞれの参加者と比べて、男子は9%増え、女子は7%減った。今年度の、男子と女子の参加者の合計を、 $a$ 、 $b$ を用いて表しなさい。

(2) 図1の $\triangle ABC$ において、次の  の中に示した条件①と条件②の両方に当てはまる点Pを作図しなさい。

条件① 点Pは、2辺BA、BCから等しい距離にある。  
 条件②  $\angle CBP = \angle BCP$ である。

ただし、作図には定規とコンパスを使用し、作図に用いた線は残しておくこと。

図1



(3) ある工場では、和菓子をつくる機械A、Bの性能試験を1時間で行った。表1は、機械A、Bでつくられた和菓子の重さの度数分布表である。この工場では、54g以上56g未満の和菓子を合格品としている。

このとき、機械Aと機械Bとでは、合格品をつくる割合はどちらが大きかったか。そのように判断した理由とあわせて、**相対度数**という語を用いて、言葉と数で説明しなさい。

表1

階級 (g)	度数 (個)	
	機械 A	機械 B
以上 未満 52 ~ 54	3	4
54 ~ 56	133	141
56 ~ 58	4	5
計	140	150

3 2つの袋Ⅰ，Ⅱには，ともに4枚のカードが入っており，図2は，袋Ⅰと袋Ⅱに入っているカードを示したものである。

2つの袋Ⅰ，Ⅱから，それぞれ1枚のカードを取り出し，袋Ⅰから取り出したカードに書いてある数を $a$ ，袋Ⅱから取り出したカードに書いてある数を $b$ とするとき， $\frac{b}{a}$ が自然数になる確率を，樹形図等をかき，起こりうるすべての場合を調べて，求めなさい。

ただし，袋Ⅰからカードを取り出すとき，どのカードが取り出されることも同様に確からしいものとする。また，袋Ⅱについても同様に考えるものとする。(3点)

図2

袋Ⅰに入っているカード

1	2	3	4
---	---	---	---

袋Ⅱに入っているカード

0	1	2	3
---	---	---	---

4 ある中学校では，体育大会のため，実行委員の生徒74人が，倉庫から長机と椅子を運動場に運び出し，受付用，本部用，来賓用として設置することになった。1，2年生の実行委員が長机を2人で1台ずつ，3年生の実行委員が椅子を1人4脚ずつ運び出した。運び出した後，長机を，受付用として4台設置し，残った長机を，本部用と来賓用として同じ数ずつ設置した。次に，椅子を，受付用と本部用の長机1台につき3脚ずつ，来賓用の長机1台につき2脚ずつ設置したところ，運び出した長机と椅子をちょうど全部使うことができた。

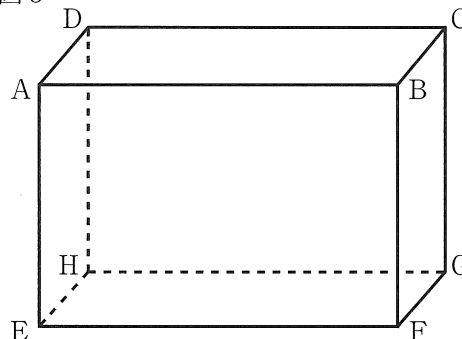
このとき，運び出した長机は全部で何台であったか。また，運び出した椅子は全部で何脚であったか。方程式をつくり，計算の過程を書き，答えを求めなさい。(5点)

5 図3の立体は、 $AB = 6\text{ cm}$ 、 $AD = 2\text{ cm}$ 、 $AE = 4\text{ cm}$ の直方体である。

このとき、次の(1)~(3)の問いに答えなさい。(7点)

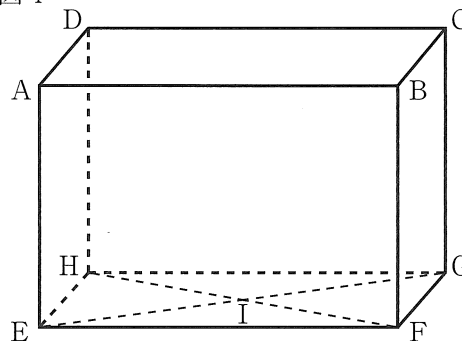
(1) 辺ABとねじれの位置にあり、面ABCDと平行である辺はどれか。すべて答えなさい。

図3



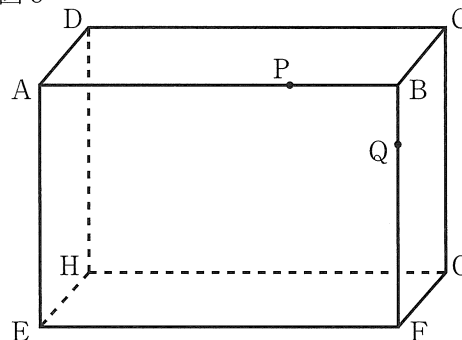
(2) この直方体において、図4のように、面EFGHの対角線EG、HFの交点をIとする。 $\triangle DHI$ を、辺DHを軸として1回転させてできる円すいの母線の長さを求めなさい。

図4



(3) この直方体において、図5のように、辺AB、BF上の点をそれぞれP、Qとする。 $DP + PQ + QG$ が最小となるときの、三角すいBPQCの体積を求めなさい。

図5



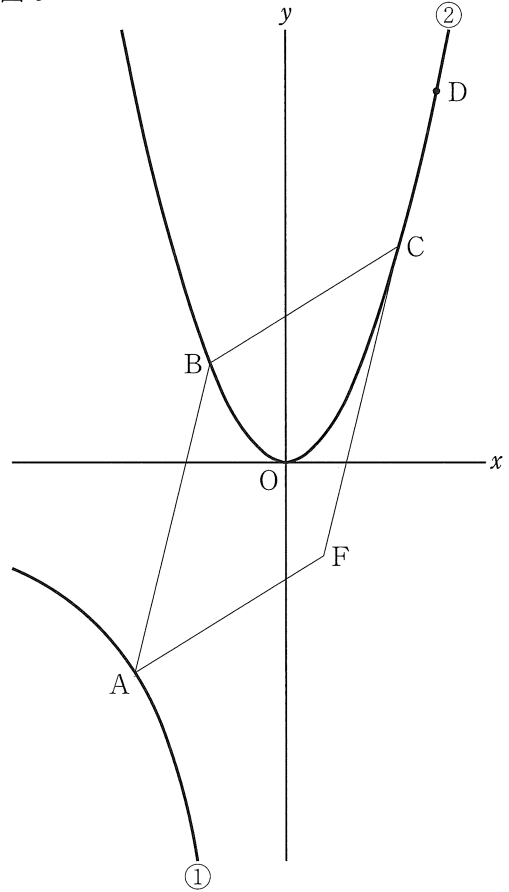
- 6 図6において、点Aの座標は $(-4, -5)$ であり、①は、点Aを通り、 $x$ の変域が $x < 0$ であるときの反比例のグラフである。また、②は、関数 $y = ax^2 (a > 0)$ のグラフである。2点B, Cは放物線②上の点であり、その $x$ 座標は、それぞれ $-2, 3$ である。

このとき、次の(1)~(3)の問いに答えなさい。(8点)

図6

- (1) 曲線①をグラフとする関数について、 $y$ を $x$ の式で表しなさい。

- (2) 点Dは放物線②上の点であり、その $x$ 座標は4である。点Dから $y$ 軸に引いた垂線の延長が放物線②と交わる点をEとする。点Eの座標を、 $a$ を用いて表しなさい。

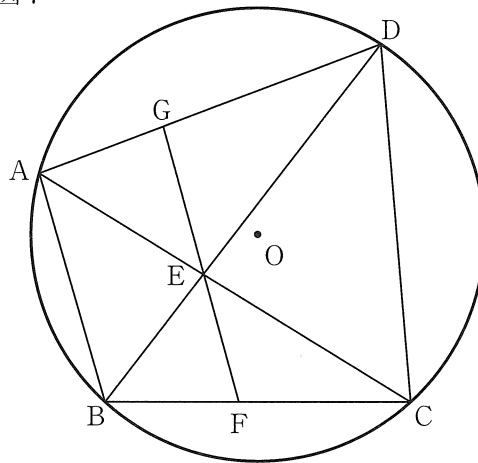


- (3) 点Fは四角形AFCBが平行四辺形となるようにとった点である。3点B, O, Fが一直線上にあるときの、 $a$ の値と点Fの座標を求めなさい。求める過程も書きなさい。

- 7 図7において、3点A, B, Cは円Oの円周上の点である。 $\angle ABC$ の二等分線と円Oとの交点をDとし、BDとACとの交点をEとする。BC上に $BF = EF$ となる点Fをとり、FEの延長とADとの交点をGとする。

このとき、次の(1), (2)の問いに答えなさい。(9点)

図7

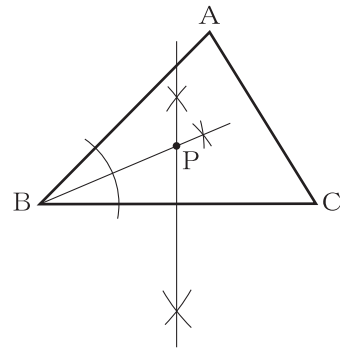


- (1)  $\triangle AEG \sim \triangle CDE$ であることを証明しなさい。

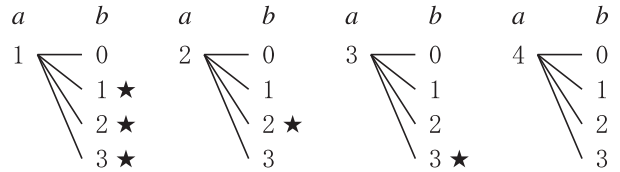
- (2)  $AD = 4 \text{ cm}$ ,  $AE = 2 \text{ cm}$ ,  $EC = 3 \text{ cm}$  のとき、 $\triangle CDE$ の面積は、 $\triangle DGE$ の面積の何倍か、答えなさい。

問題番号		正答・正答例
1	(1) ア	9
	イ	$-3ab$
	ウ	$\frac{2x+11y}{15}$
	エ	$15-9\sqrt{6}$
	(2)	73
(3)	$x = \frac{5 \pm \sqrt{17}}{2}$	
2	(1)	$1.09a + 0.93b$
	(2)	※1
	(3)	54g以上56g未満の階級の相対度数は、機械Aが0.95で、機械Bが0.94なので、合格品をつくる割合が大きかったのは機械Aである。
3	樹形図等	※2
	答	$\frac{5}{16}$
4	方程式	※3
	計算の過程	※3
	答	長机 <input type="text" value="28"/> 台, 椅子 <input type="text" value="72"/> 脚
5	(1)	辺EH, 辺FG
	(2)	$\sqrt{26}$
	(3)	$\frac{25}{9}$
6	(1)	$y = \frac{20}{x}$
	(2)	E ( <input type="text" value="-4"/> , <input type="text" value="16a"/> )
	(3) 求める過程	※4
(3) 答	aの値 <input type="text" value="5/7"/> , 点Fの座標 ( <input type="text" value="1"/> , <input type="text" value="-10/7"/> )	
7	(1)	※5
	(2)	$\frac{12}{5}$

※1 大問2(2)



※2 大問3(樹形図等)



自然数となるのは★印のものより、 $\frac{5}{16}$

※3 大問4(方程式と計算の過程)

運び出した長机を  $x$  台, 運び出した椅子を  $y$  脚とする。

$$\begin{cases} 2x + \frac{y}{4} = 74 \\ 3 \times 4 + \frac{3(x-4)}{2} + \frac{2(x-4)}{2} = y \end{cases}$$

これを解いて、 $x = 28, y = 72$

※4 大問6(3)(求める過程)

A(-4, -5), B(-2, 4a), C(3, 9a) とおく。

四角形 AFGB は平行四辺形だから、点Bと点Cの  $x$  座標の差が  $3 - (-2) = 5$  より、点Aと点Fの  $x$  座標の差も5となるから、点Fの  $x$  座標は1とわかる。

また、直線 BO の式は  $y = -2ax$  より、F(1, -2a) とおける。直線 AF と直線 BC の傾きは等しいから、

$$\frac{-2a - (-5)}{1 - (-4)} = \frac{9a - 4a}{3 - (-2)}$$

これを解いて、 $a = \frac{5}{7}, F(1, -\frac{10}{7})$

※5 大問7(1)

$\triangle AEG$  と  $\triangle CDE$  で、

仮定より、 $\angle ABE = \angle FBE$  …①

$BF = EF$  より、 $\triangle FBE$  は二等辺三角形だから、

$\angle FBE = \angle FEB$  …②

①, ②より、 $\angle ABE = \angle FEB$  で、錯角が等しいから、

$AB \parallel EF$  …③

③より、平行線の錯角は等しいから、

$\angle BAE = \angle GEA$  …④

また、 $\widehat{BC}$  の円周角より、 $\angle BAE = \angle EDC$  …⑤

④, ⑤より、 $\angle GEA = \angle EDC$  …⑥

$\widehat{CD}$  の円周角より、 $\angle GAE = \angle FBE$  …⑦

$\widehat{AD}$  の円周角より、 $\angle ABE = \angle ECD$  …⑧

①, ⑦, ⑧より、 $\angle GAE = \angle ECD$  …⑨

⑥, ⑨より、2組の角が等しいから、

$\triangle AEG \sim \triangle CDE$