平成 29 年度

学力検査問題

数　　　学

注　　意

1　検査係員の指示があるまで，問題冊子と解答用紙に手をふれてはいけません。

2　問題は**【問 1】**から**【問 4】**まであり，問題冊子の 2 ～ 9 ページに印刷されています。10 ページ以降に問題はありません。

3　問題冊子とは別に，解答用紙があります。**答えは，すべて解答用紙の $\boxed{}$ の中にかき入れなさい。**

4　分数で答えるときは，それ以上約分できない分数で答えなさい。また，答えに $\sqrt{}$ を含む場合は，$\sqrt{}$ の中を最も小さい自然数にして答えなさい。

5　計算をしたり，図をかいたりすることが必要なときは，問題冊子のあいているところを使いなさい。

【問 1】 各問いに答えなさい。

(1) 次の計算をしなさい。

① $-5+2$

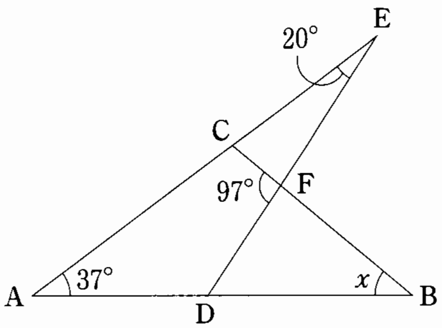
② $2^3 \times \left(-\dfrac{3}{4}\right)$

③ $\sqrt{12}+\sqrt{48}-\sqrt{3}$

④ $\dfrac{5x+y}{4}-\dfrac{x-2y}{2}$

(2) **図 1** のように，$\angle A = 37°$，$\angle E = 20°$，$\angle CFD = 97°$ の図形がある。$\angle x$ の大きさを求めなさい。

図 1



(3) 二次方程式 $x(x+5)-2=0$ を解きなさい。

(4) 2つのさいころを同時に投げるとき，次の**ア**～**エ**から最も起こりやすいことがらを1つ選び，記号を書きなさい。ただし，さいころの目の出方は同様に確からしいものとする。

ア 2つとも奇数の目が出る。
イ 出る目の数の和が8になる。
ウ 出る目の数の積が6になる。
エ 同じ目が出る。

(5) 等式 $m=\dfrac{-2a+b}{3}$ を a について次のように解いた。

$$m=\frac{-2a+b}{3} \quad \cdots\cdots❶$$
$$3m=-2a+b \quad \cdots\cdots❷$$
$$2a+3m=b \quad \cdots\cdots❸$$
$$2a=b+3m \quad \cdots\cdots❹$$
$$a=\frac{b+3m}{2} \quad \cdots\cdots❺$$

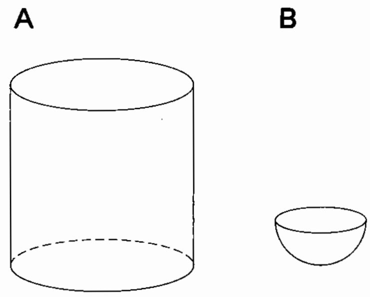
上の解き方には，等式の性質にもとづいて**正しく変形されていない**式の変形がある。その式の変形を，次の**ア**～**エ**から1つ選び，記号を書きなさい。また，a について正しく解きなさい。

ア 式❶から式❷への変形　**イ** 式❷から式❸への変形
ウ 式❸から式❹への変形　**エ** 式❹から式❺への変形

(6) **図2**のように，円柱の形をした容器**A**と半球の形をした容器**B**がある。**A**は，底面の直径と高さが等しい。また，**A**の底面の半径は，**B**の半径の2倍である。

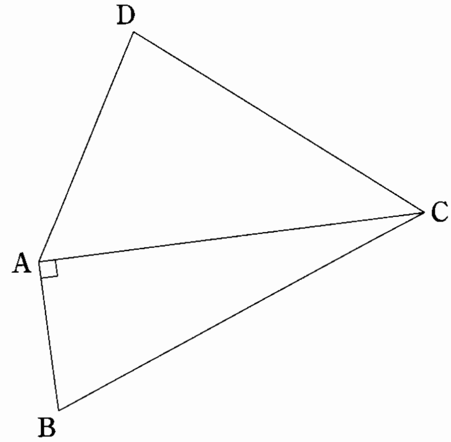
Bに水をいっぱいに入れて，**A**に移しかえる。何杯で**A**をいっぱいにすることができるか，求めなさい。ただし，容器の厚さは考えないものとする。

図2



(7) **図3**のように，四角形ABCDがあり，対角線ACをひく。∠BAC = 90°とする。
辺CD上に，∠ACB = ∠APBとなる点Pを，定規とコンパスを使って作図しなさい。ただし，点Pは点Cとは異なる点とする。また，点Pを表す文字Pも書き，作図に用いた線は消さないこと。

図3



【問 2】 各問いに答えなさい。

(1) **表 1** は，まゆさんが通う学校の女子 200 人のハンドボール投げの記録を度数分布表に整理したものである。記録はすべて整数値であり，まゆさんの記録は 15 m である。**表 2** は，記録をもとに，平均値，中央値，最頻値をまとめたものである。

表 1

階級(m)	度数(人)
以上　未満 2 ～ 5	8
5 ～ 8	27
8 ～ 11	18
11 ～ 14	21
14 ～ 17	30
17 ～ 20	62
20 ～ 23	25
23 ～ 26	7
26 ～ 29	2
計	200

表 2

平均値(m)	14.6
中央値(m)	16
最頻値(m)	17

① **表 1** から，まゆさんの記録が含まれる階級の相対度数を求めなさい。

② まゆさんの記録は，投げた記録の大きい方から 100 番以内に入っているか。次の**ア**，**イ**から正しいものを 1 つ選び，それが正しいことの理由を，まゆさんの記録と**表 2** からわかることを比較して説明しなさい。

ア　100 番以内に入っている
イ　100 番以内に入っていない

(2) ペットボトルのリサイクルについて，次のような**資料**が得られた。

〔**資料**〕
ある国では，2013 年は 2010 年に比べて，ペットボトルの販売量は 4 万トン増え，リサイクル量は 7 万トン増えた。リサイクル率は，2010 年が 85 %，2013 年が 90 % であった。ただし，$(\text{リサイクル率}) = \dfrac{(\text{リサイクル量})}{(\text{販売量})}$ である。

この**資料**をもとに，ある数量を x 万トン，y 万トンとして，次のような連立方程式をつくった。

$$\begin{cases} x + 4 = y \\ 0.85x + 7 = 0.9y \end{cases}$$

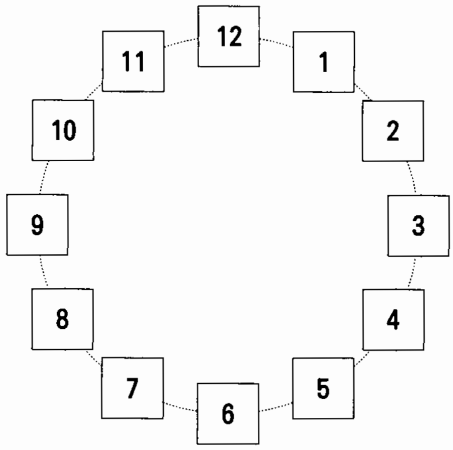
① 方程式 $0.85x + 7 = 0.9y$ は，2010 年と 2013 年の $\boxed{\text{あ}}$ の関係を表したものである。$\boxed{\text{あ}}$ に当てはまる言葉を書きなさい。

② 2013 年のペットボトルの販売量は何万トンか，求めなさい。

(3) **図**のように，**1** から **12** までの数が書かれたカードが並んでいる。駒を，あるカードの上に置き，**駒の進め方**のようにカードの上を進めていく。

〔**駒の進め方**〕 駒を置いたカードに書かれた数だけ， 時計回りに進める。

図



例えば，**表 3** のように，1 回目に **7** のカードの上に駒を置いた場合，2 回目は，7 つ進めて，**2** のカードの上に駒を置く。3 回目は，2 つ進めて，**4** のカードの上に駒を置く。

表 3

回数	1 回目	→	2 回目	→	3 回目	→	…
カードの数	**7**	→	**2**	→	**4**	→	…

① 1 回目に **1**，**10** のカードの上に駒を置く。**1**，**10** のどちらの場合にも，3 回目以降は，駒を置くカードの数に共通するきまりがあらわれる。そのきまりを書きなさい。

② 10 回目に駒を置くカードの数が **12** になるのは，1 回目にどのカードの上に駒を置いたときか。そのカードの数をすべて求めなさい。

③ n を自然数とする。1 回目に **8** のカードの上に駒を置く。

(ア) $2n$ 回目に駒を置くカードの数を求めなさい。

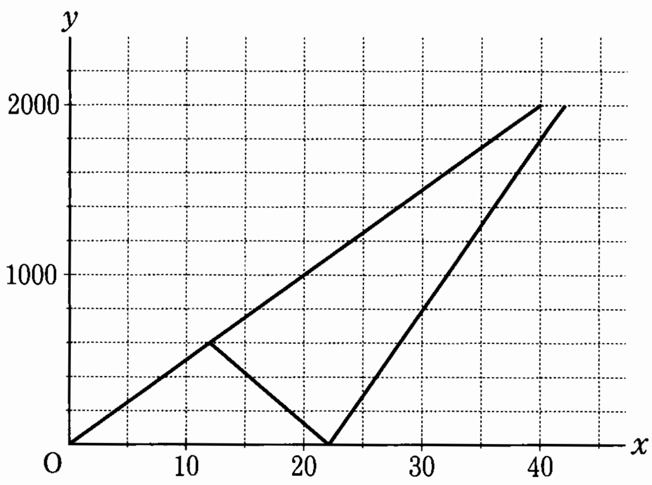
(イ) 1 回目から $2n$ 回目までに駒を置くカードの数の和を，n を用いた式で表しなさい。

【問 3】 各問いに答えなさい。

I まりさんと妹は，自宅からの道のりが2000 m であるおじさんの家に向かって同時に出発し，分速 50 m で進んだ。まりさんは，12 分後に忘れ物に気づいてすぐに，同じ道を分速 60 m で自宅まで戻り，妹は，そのまま進んでおじさんの家に着いた。まりさんは，自宅に戻ってすぐに，忘れ物を持って同じ道を分速 100 m で追いかけ，おじさんの家に着いた。

図 1 は，まりさんと妹が自宅を出発してから x 分後の，自宅からの道のりを y m として，2 人の進むようすを表したグラフである。

図 1



(1) まりさんが忘れ物に気づいてから自宅に戻るまでの，まりさんの x と y の関係について考える。

① x の変域は $12 \leqq x \leqq$ $\boxed{\text{あ}}$ である。$\boxed{\text{あ}}$ に当てはまる数を書きなさい。

② まりさんの x と y の関係を式に表しなさい。

(2) まりさんと妹のどちらが先におじさんの家に着いたかは，おじさんの家に着くまでにかかったそれぞれの時間を計算しなくても，**図 1** のグラフから判断することができる。その方法を説明しなさい。ただし，実際に時間を求める必要はない。

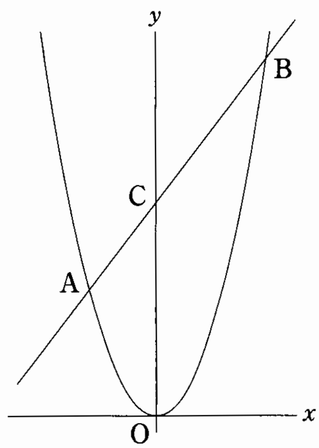
(3) 妹がおじさんの家に着くときに，まりさんも同時に着く方法を考える。ただし，まりさんが忘れ物に気づくまでの，まりさんと妹の進むようすは変えないものとする。

① まりさんが忘れ物を持って追いかける速さを変えれば，忘れ物に気づいてから自宅に戻るまでの速さを変えずに，おじさんの家に同時に着くことができる。このときの，まりさんが忘れ物を持ってから一定の速さで進みおじさんの家に着くまでの，まりさんの x と y の関係をグラフに表しなさい。

② まりさんが忘れ物に気づいてから自宅に戻るまでの速さを変えれば，忘れ物を持って追いかける速さを変えずに，おじさんの家に同時に着くことができる。まりさんは，忘れ物に気づいてから分速何 m で自宅に戻ればよいか，求めなさい。

II　**図2**のように，関数 $y=x^2$ と関数 $y=2x+15$ のグラフがある。2つのグラフは2点A，Bで交わり，点A，Bの x 座標は，それぞれ，-3，5である。関数 $y=2x+15$ のグラフと y 軸の交点をCとする。

図2



(1)　関数 $y=x^2$ について，x の変域が $-3 \leqq x \leqq 5$ のときの y の変域を求めなさい。

(2)　△OBCの面積を求めたい。△OBCの底辺をOCとするとき，高さを表す値を，次の**ア**〜**エ**から1つ選び，記号を書きなさい。

ア	点Bの x 座標	**イ**	点Bの y 座標
ウ	点Cの x 座標	**エ**	点Cの y 座標

(3)　関数 $y=x^2$ のグラフ上に点Pを，△APBの面積が48になるようにとりたい。ただし，点Pの x 座標は $0<x<5$ とする。点Pの座標を，**図3**を使って次のように求めた。

〔**解答**〕

図3のように，放物線上の点Pを通り y 軸に平行な直線と線分ABとの交点をQとし，点Pの x 座標を t とすると，

P(t, $\boxed{い}$)，Q(t, $\boxed{う}$)

線分PQを底辺としたときの△APQの高さを h，△BPQの高さを h' とする。

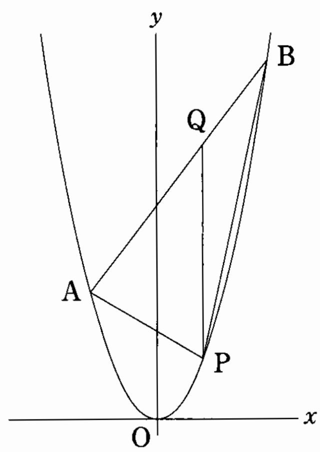
△APB = △APQ + △BPQだから，△APBの面積は，

$$\frac{1}{2}\times \mathrm{PQ}\times h+\frac{1}{2}\times \mathrm{PQ}\times h'$$
$$=\frac{1}{2}\times \mathrm{PQ}\times (h+h')$$

ここで，$h+h'=\boxed{え}$ より，

$\boxed{\quad お \quad}$

図3



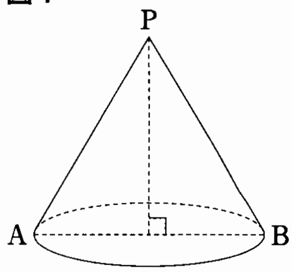
①　$\boxed{い}$，$\boxed{う}$ に当てはまる式を t を用いて書きなさい。また，$\boxed{え}$ に当てはまる数を書きなさい。

②　$\boxed{お}$ に，t についての方程式と途中の過程を書き，点Pの座標を求め，**解答**を完成させなさい。

【問 4】 各問いに答えなさい。

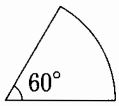
Ⅰ **図 1** のように，底面の直径 AB と母線の長さ PA について AB ＝ PA ＝ 4 cm の円錐がある。

図 1

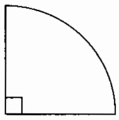


(1) この円錐の側面の展開図はおうぎ形になる。その展開図として正しいものを，次の**ア**〜**エ**から 1 つ選び，記号を書きなさい。

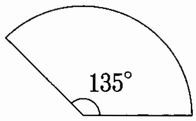
ア



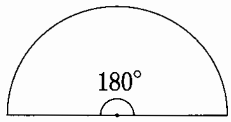
イ



ウ

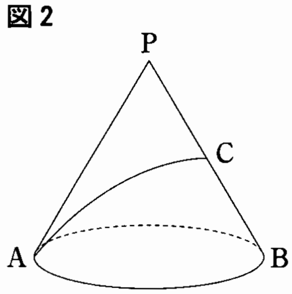


エ



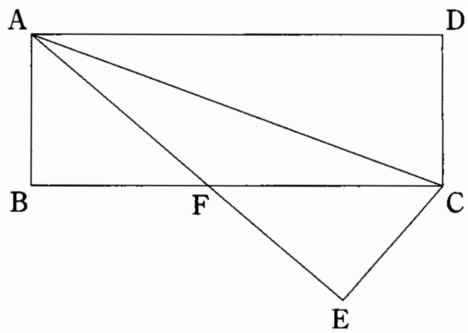
(2) 線分 PB の中点を C とする。**図 2** のように，この円錐の表面に，点 A から点 C まで，ひもをゆるまないようにかける。ひもの長さが最も短くなるとき，その長さを求めなさい。

図 2



Ⅱ **図 3** は，辺 AB の長さが辺 BC の長さより短い長方形 ABCD を，対角線 AC を折り目として折り曲げたとき，頂点 D が移る点を E，BC と AE の交点を F としたものである。

図 3



(1) りなさんとなおさんは，△FCA が二等辺三角形であることを，それぞれ次のように正しく証明した。

〔**りなさんの証明**〕

長方形 ABCD の対角線 AC を折り目としているから，∠FAC ＝ $\boxed{\text{あ}}$ …①

AD ∥ BC で，錯角は等しいから，

∠FCA ＝ $\boxed{\text{あ}}$ …②

よって，①，②より，∠FAC ＝ ∠FCA

したがって，2 つの角が等しいので，

△FCA は二等辺三角形である。

〔**なおさんの証明**〕

$\boxed{\text{い}}$

合同な図形では，対応する辺は等しいので，

FA ＝ FC

したがって，2 つの辺が等しいので，

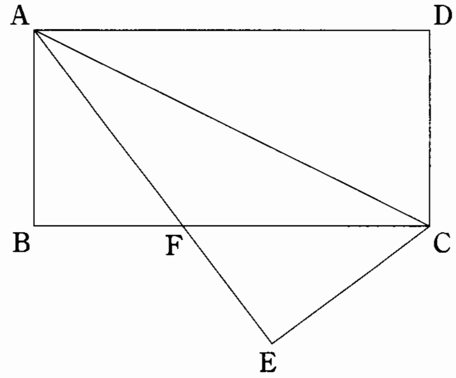
△FCA は二等辺三角形である。

① $\boxed{\text{あ}}$ に当てはまる最も適切な角を，記号を用いて書きなさい。

② $\boxed{\text{い}}$ に，△ABF ≡ △CEF であることを証明し，**なおさんの証明**を完成させなさい。

(2)　**図 4** は，**図 3** の図形で AB = 4 cm，BF = 3 cm としたものとする。**図 5** は，**図 4** の図形で，点 B と点 E，点 D と点 E をそれぞれ結び，AC と DE の交点を P，BC と DE の交点を Q としたものとする。

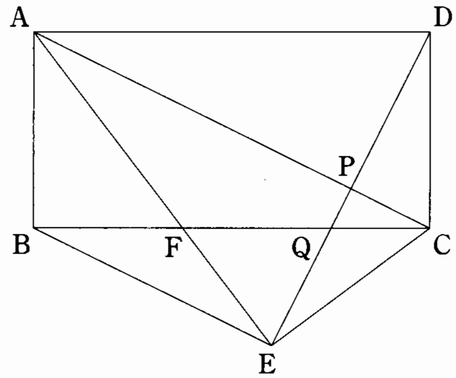
図 4



①　**図 5** において，△FCA と相似な三角形を記号を用いて 2 つ書きなさい。

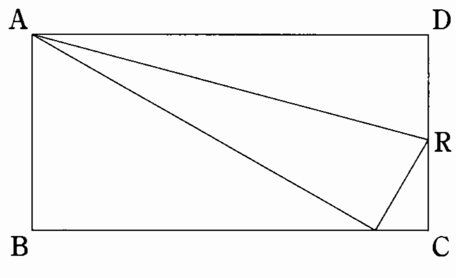
②　**図 5** において，四角形 ABEP の面積を求めなさい。

図 5



(3)　**図 6** は，**図 4** の長方形 ABCD を，辺 CD 上の点 R と頂点 A を結んだ線分 AR を折り目として，頂点 D が辺 BC 上にくるように折り曲げたものとする。このとき，CR の長さを求めなさい。

図 6



数 学 解 答 用 紙

受検番号		志望校名	

29 数

【問 1】

(1) ① ② ③ ④

(2) $\angle x =$ °

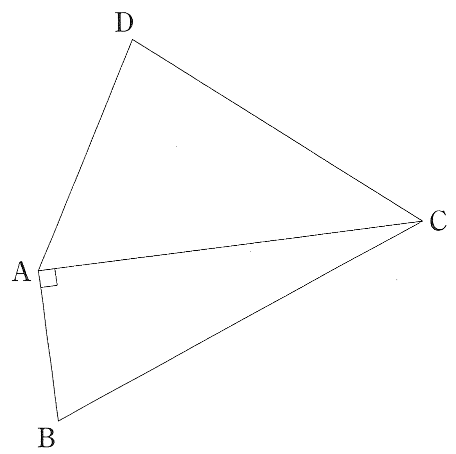
(3) $x =$

(4)

(5) 記号 / $a =$

(6) 杯

(7)



問 1 計

【問 2】

(1) ①

② 記号 / 理由

(2) ① ② 万トン

(3) ① ② ③ (ア) (イ)

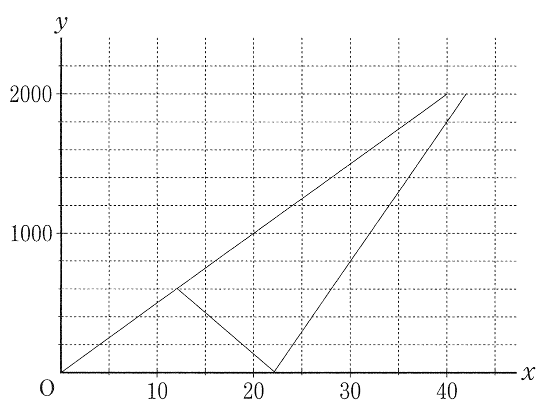
問 2 計

【問 3】 I

(1) ① ② $y =$

(2)

(3) ①



② 分速 m

問 3 計

II

(1) $\leqq y \leqq$

(2)

(3) ① い う え

②

【問 4】 I

(1)

(2) cm

II

(1) ① $\angle$

②

(2) ① △ △

② cm^2

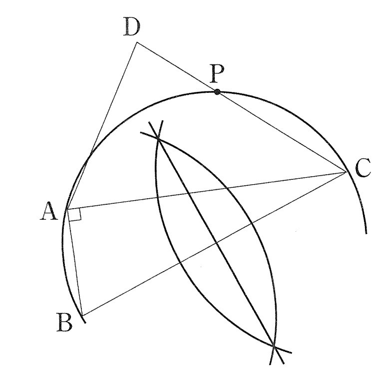
(3) cm

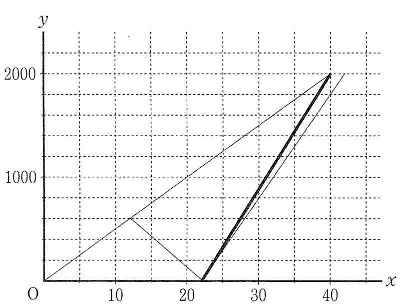
問 4 計

得点合計

平成29年度　数　学　　正答・正答例及び評価基準

※解答欄に単位，語句等が印刷されている問題では，正しい単位，語句等が重複して書かれていても正答とする。
※複数の小問をあわせて配点しているものは，すべて正しい場合のみ正答とする。

問	小問	正答または正答例	配点 小問	配点 計	評価上の留意事項
1	(1)①	-3	3	30	
	(1)②	-6	3		
	(1)③	$5\sqrt{3}$	3		
	(1)④	$\dfrac{3x+5y}{4}$	3		(1)④は，「$\dfrac{3}{4}x+\dfrac{5}{4}y$」等も正答とする。
	(2)	40	3		
	(3)	$\dfrac{-5\pm\sqrt{33}}{2}$	3		(3)は，「$-\dfrac{5}{2}\pm\dfrac{\sqrt{33}}{2}$」等も正答とする。
	(4)	ア	3		
	(5)	記号　ウ $\dfrac{b-3m}{2}$	3		(5)は，「$\dfrac{b}{2}-\dfrac{3}{2}m$」等も正答とする。
	(6)	24	3		
	(7)	（例）  	3		(7)は，定規とコンパスを使い，点Pが作図されていて，文字Pが書かれているもののみを評価の対象とする。 正答例の場合では， ・辺BCの中点をとり，辺BCを直径とする円と辺CDの交点として点Pが作図されているものを正答とする。 ・点Pの位置を表す黒丸（●）の有無は問わない。 正答例以外の作図も，これに準ずる。

問	小問	正答または正答例	配点 小問	配点 計	評価上の留意事項
3	I (1)①	22	2	26	
	I (1)②	$-60x+1320$	2		
	I (2)	（例） 2人の進むようすを表すグラフで，$y=2000$ に対応する x の値をそれぞれ読みとり，比較する。	3		I(2)は，次の(a)及び(b)，または(a)及び(c)について書かれているものを正答とする。 (a)グラフ上で y 座標が2000である点に注目すること。 (b)(a)に対する x の値を比較すること。 (c)(a)に対する点の位置の左右を比較すること。 ・誤字，脱字は全体で1点減点とする。
	I (3)①	 	3		I(3)①は，x の変域が $22\leqq x\leqq 40$ でかかれているものを正答とする。
	I (3)②	75	3		
	II (1)	$0\ (\leqq y \leqq)\ 25$	2		
	II (2)	ア	2		
	II (3)① い	t^2	1		II(3)①うは，同値な式も正答とする。
	II (3)① う	$2t+15$	1		
	II (3)① え	8	2		
	II (3)②	（例） $\dfrac{1}{2}(2t+15-t^2)\times 8=48$ これを解くと， $t^2-2t-3=0$ $(t+1)(t-3)=0$ $t=-1,\ 3$ $0<t<5$ だから，$t=3$ は問題にあうが，$t=-1$ は問題にあわない。 よって， P(3，9)	5		II(3)②は，次の(a)，(b)，(c)，(d)がすべて書かれているものを正答とする。 (a)Pの座標「(3，9)」 (b)「$\dfrac{1}{2}(2t+15-t^2)\times 8=48$」または同値な二次方程式 (c)方程式の解「$t=-1,\ 3$」 (d)「$t=-1$ は問題にあわない。」等，(c)から(a)に至る理由 ・「$t=3$ は問題にあう」等の記述の有無は問わない。 ・(a)が誤りでも，解答を途中まで記述しているときは，(b)は1点，(c)は2点とする。 ・不備については，(b)は1点，(c)は2点，(d)は1点減点とする。 ・誤字，脱字は全体で1点減点とする。

問	小問	正答または正答例	配点 小問	配点 計	評価上の留意事項
2	(1)①	0.15	2	21	(1)①は，「$\dfrac{3}{20}$」も正答とする。
	(1)②	記号　イ 理由　（例） 中央値が16 mなので，記録が16 m以上の人は100人以上いて，まゆさんの記録15 mは中央値の16 mよりも小さいから。	3		(1)②理由は，まゆさんの記録と中央値を比較して書かれているものを正答とする。 ・「記録が16 m以上の人は100人以上」及び「15 m」，「16 m」の記述の有無は問わない。 ・誤字，脱字は全体で1点減点とする。
	(2)①	ペットボトルのリサイクル量	2		(2)①は，「リサイクル量」も正答とする。
	(2)②	72	3		
	(3)①	（例） 4と8をくり返す。	2		(3)①は，正答例と同等の内容が書かれているものを正答とする。 ・「くり返す」等が書かれていない場合は1点減点とする。 ・誤字，脱字は全体で1点減点とする。
	(3)②	3，6，9，12	3		(3)②は，数の順序は問わない。
	(3)③(ア)	4	3		
	(3)③(イ)	$12n$	3		

問	小問	正答または正答例	配点 小問	配点 計	評価上の留意事項
4	I (1)	エ	2	23	
	I (2)	$2\sqrt{5}$	3		
	II (1)①	∠DAC	2		II(1)①は，「∠CAD」も正答とする。
	II (1)②	（例） △ABFと△CEFについて， 四角形ABCDは長方形であり，対角線ACを折り目として折り曲げるから， AB＝CE　…① ∠ABF＝∠CEF…② 対頂角は等しいから， ∠AFB＝∠CFE…③ 三角形の内角の和は180°であることと，②，③から， ∠BAF＝∠ECF…④ ①，②，④より，1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので， △ABF≡△CEF	5		II(1)②は，証明が完結しているものを評価の対象とし，途中の不備は減点する。 正答例の場合では， ・①，②，④及び△ABF≡△CEFがすべて書かれているものを完結しているとする。 ・①，②，③が書かれていても，①，②，③に至る理由が書かれていない場合や，「仮定から」としか書かれていない場合は1点減点とする。 ・④が書かれていても，④に至る理由として，②，③及び「三角形の内角の和が180°であること」等が書かれていない場合は2点減点とする。 ・「1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい」という条件が書かれていない場合は，1点減点とする。 ・誤字，脱字は全体で1点減点とする。 正答例以外の証明も，これに準ずる。
	II (2)①	△FBE，△CDE	3		II(2)①は，三角形の順序及びアルファベットの順序は問わない。
	II (2)②	$\dfrac{112}{5}$	4		II(2)②は，「22.4」等も正答とする。
	II (3)	$8\sqrt{3}-12$	4		II(3)は，「$-12+8\sqrt{3}$」等も正答とする。