$\displaystyle\sum_{k=1}^{n}\frac{a_k^{\ 3}}{a_k^{\ 2}+a_k+1}=a,\ \sum_{k=1}^{n}\frac{1}{a_k^{\ 2}+a_k+1}=b$ が成り立つとき、$\displaystyle\sum_{k=1}^{n}a_k$ を a,b,n を用いて表せ。

（解答）

$$a-b=\sum_{k=1}^{n}\frac{a_k^{\ 3}}{a_k^{\ 2}+a_k+1}-\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{a_k^{\ 2}+a_k+1}=\sum_{k=1}^{n}\frac{a_k^{\ 3}-1}{a_k^{\ 2}+a_k+1}=\sum_{k=1}^{n}\frac{(a_k-1)(a_k^{\ 2}+a_k+1)}{a_k^{\ 2}+a_k+1}$$

$$=\sum_{k=1}^{n}(a_k-1)=\sum_{k=1}^{n}a_k-n$$

より

$$\sum_{k=1}^{n}a_k=a-b+n$$