

次の合同式を満たす整数  $x$  の値を求めよ。

$$x^7 \equiv 5 \pmod{13}$$

(解答)

以下、合同式は  $\text{mod } 13$  で考える。

$2^7 = 128 \equiv 11 \equiv -2$  より  $(2^7)^a \equiv (-2)^a \equiv 5$  となるような  $a$  の値を見つけると、

$(-2)^3 \equiv -8 \equiv 5$  より  $a = 3$  となり、 $(2^7)^3 \equiv (2^3)^7 \equiv 8^7 \equiv 5$  より  $x \equiv 8$

よって、 $x = 13n + 8$  ( $n$ :整数)

(参考)

$5^7 = 78125 \equiv 8$  より  $(5^7)^a \equiv 8^a \equiv 5$  となるような  $a$  の値を見つけると、

$8^7 \equiv 5$  より  $x \equiv 8$

よって、 $x = 13n + 8$  ( $n$ :整数)

$(p^7)^a \equiv q^a \equiv 5$  となるような  $a$  の値を見つければ  $x \equiv q$  より  $x = 13n + q$  ( $n$ :整数) が答え