

$(a^2 - 1)(b^2 - 1)(c^2 - 1) = 9000$ を満たす自然数 (a, b, c) の組数を求めよ。

(解答)

$$(a^2 - 1)(b^2 - 1)(c^2 - 1) = 9000 \cdots (*)$$

(*) より

$$(a+1)(a-1)(b+1)(b-1)(c+1)(c-1) = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^3$$

n を自然数とすると、 $(n+1) - (n-1) = 2$ より $n+1$ と $n-1$ の偶奇は一致するので、奇数と偶数の個数は偶数個であるが、 2 の素因数が 3 個で奇数個となるので (*) を満たす (a, b, c) の組は存在しない。

よって、 $(a^2 - 1)(b^2 - 1)(c^2 - 1) = 9000$ を満たす自然数 (a, b, c) の組数は 0 である。