

n 進数で k を $k_{(n)}$ で表すものとする。 $\frac{100010001}{1001001001_{(n)}}$ を約分せよ。

(解答)

$$\frac{100010001}{1001001001_{(n)}} = \frac{n^8+n^4+1}{n^9+n^6+n^3+1_{(10)}}$$

ここで、 $n^8+n^4+1 = \frac{n^{12}-1}{n^4-1}$, $n^9+n^6+n^3+1 = \frac{n^{12}-1}{n^3-1}$ より、

$$\frac{n^8+n^4+1}{n^9+n^6+n^3+1} = \frac{\frac{n^{12}-1}{n^4-1}}{\frac{n^{12}-1}{n^3-1}} = \frac{n^3-1}{n^4-1} = \frac{(n-1)(n^2+n+1)}{(n-1)(n^3+n^2+n+1)} = \frac{n^2+n+1}{n^3+n^2+n+1} \text{ であるので、}$$

$$\frac{100010001}{1001001001_{(n)}} = \frac{n^8+n^4+1}{n^9+n^6+n^3+1_{(10)}} = \frac{n^2+n+1}{n^3+n^2+n+1_{(10)}} = \frac{111}{1111_{(n)}}$$

111 と 1111 は互いに素より $\frac{100010001}{1001001001_{(n)}} = \frac{111}{1111_{(n)}}$