$x^3+y^3+z^3-3xyz$ を複素数係数の範囲で因数分解せよ。必要であれば、1の虚数立方根 ω を用いても良い。

（解答）

$x^3+y^3+z^3-3xyz$

$=(x+y)^3-3xy(x+y)+z^3-3xyz$

$=(x+y)^3+z^3-3xy(x+y+z)$

$=\{(x+y)+z\}\{(x+y)^2-(x+y)z+z^2-3xy\}$

$=(x+y+z)(x^2+y^2+z^2-xy-yz-zx)$

$=(x+y+z)\{x^2+y^2+z^2+(\omega+\omega^2)xy+(\omega+\omega^2)yz+(\omega+\omega^2)zx\}\ (\because \omega^2+\omega+1=0)$

$=(x+y+z)\{x(x+y\omega^2+z\omega)+y\omega(x+y\omega^2+z\omega)+z\omega^2(x+y\omega^2+z\omega)\}$

$=(x+y+z)(x+y\omega+z\omega^2)(x+y\omega^2+z\omega)$