$x^4+2x^3+3x^2+2x+1$ を整式の範囲で因数分解せよ。

（解答）

$f(x)=x^4+2x^3+3x^2+2x+1$ とおくと、

$f(0)=0^4+2\cdot 0^3+3\cdot 0^2+2\cdot 0+1=1\neq 0$ より

$$f(x)=x^2\left(x^2+2x+3+\frac{2}{x}+\frac{1}{x^2}\right)$$

$$=x^2\left\{\left(x+\frac{1}{x}\right)^2+2\left(x+\frac{1}{x}\right)+1\right\}$$

$$=x^2\left\{\left(x+\frac{1}{x}\right)+1\right\}^2$$

$$=\left(x^2+x+1\right)^2$$