xを実数とし、

$$f(x)=\left(90+15\cdot 15^x\right)x^2+\left(38\cdot 5^x+57\cdot 3^x\right)x+6\cdot 15^x+36$$

$$g(x)=\left(30\cdot 5^x+45\cdot 3^x\right)x^2+\left(19\cdot 15^x+114\right)x+12\cdot 5^x+18\cdot 3^x$$

で定義する。
$f(x)>g(x)$となるxの範囲を求めよ。
（解答）
$f(x)-g(x)$

$=\left(90+15\cdot 15^x-30\cdot 5^x-45\cdot 3^x\right)x^2+\left(38\cdot 5^x+57\cdot 3^x-19\cdot 15^x-114\right)x+6\cdot 15^x+36-12\cdot 5^x-18\cdot 3^x$

$=15\left(6+3^x\cdot 5^x-2\cdot 5^x-3\cdot 3^x\right)x^2+19\left(2\cdot 5^x+3\cdot 3^x-3^x\cdot 5^x-6\right)x+6\left(3^x\cdot 5^x-2\cdot 5^x-3\cdot 3^x+6\right)$

$=\left(6+3^x\cdot 5^x-2\cdot 5^x-3\cdot 3^x\right)\left(15x^2-19x^2+6\right)$

$=\left(3^x-2\right)\left(5^x-3\right)\left(3x-2\right)\left(5x-3\right)$

より

$f(x)-g(x)=0$のとき$x=\log_3 2,\log_5 3,\dfrac{2}{3},\dfrac{3}{5}$

ここで、$a=\log_3 2, b=\log_5 3, c=\dfrac{2}{3}, d=\dfrac{3}{5}$とおくと、

$3c=2=\log_5 5^2=\log_5 25$

$3b=3\log_5 3=\log_5 3^3=\log_5 27$

よって、$3c<3b$より$c<b$…①

$3c=2=\log_3 3^2=\log_3 9$

$3a=3\log_3 2=\log_3 2^3=\log_3 8$

よって、$3a<3c$より$a<c$…②

$5d=3=\log_3 3^3=\log_3 27$

$5a=5\log_3 2=\log_3 2^5=\log 32$

よって、$5d<5a$より$d<a$…③
①,②,③より$d<a<c<b$が成り立つので、

x	$\cdots$	$\frac{3}{5}$	$\cdots$	$\log_3 2$	$\cdots$	$\frac{2}{3}$	$\cdots$	$\log_5 3$	$\cdots$
$5x-3$	$-$	0	$+$	$+$	$+$	$+$	$+$	$+$	$+$
3^x-2	$-$	$-$	$-$	0	$+$	$+$	$+$	$+$	$+$
$3x-2$	$-$	$-$	$-$	$-$	$-$	0	$+$	$+$	$+$
5^x-3	$-$	$-$	$-$	$-$	$-$	$-$	$-$	0	$+$
$f(x)-g(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

より、求めるxの範囲は、$x<\frac{3}{5}, \log_3 2<x<\frac{2}{3}, \log_5 3<x$