$l,m,n$ を $2 \le l \le m \le n$ を満たす自然数とする。$\dfrac{1}{l}+\dfrac{1}{m}+\dfrac{1}{n}>\dfrac{6}{5}$ を満たす自然数 $(l,m,n)$ の組をすべて求めよ。

（解答）

$\dfrac{6}{5}<\dfrac{1}{l}+\dfrac{1}{m}+\dfrac{1}{n}\le\dfrac{1}{l}+\dfrac{1}{l}+\dfrac{1}{l}=\dfrac{3}{l}$ より $\dfrac{6}{5}<\dfrac{3}{l}$ であるので、$l=2$ であることが必要である。

$l=2$ のとき $\dfrac{7}{10}<\dfrac{1}{m}+\dfrac{1}{n}\le\dfrac{1}{m}+\dfrac{1}{m}=\dfrac{2}{m}$ より $\dfrac{7}{10}<\dfrac{2}{m}$ であるので、$m=2$ であることが必要である。

$m=2$ のとき $\dfrac{1}{5}<\dfrac{1}{n}$ より $n=2,3,4$ であることが必要である。

$(l,m,n)=(2,2,2)$ のとき $\dfrac{1}{l}+\dfrac{1}{m}+\dfrac{1}{n}=\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}=\dfrac{3}{2}>\dfrac{6}{5}$ より成り立つ。

$(l,m,n)=(2,2,3)$ のとき $\dfrac{1}{l}+\dfrac{1}{m}+\dfrac{1}{n}=\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{3}=\dfrac{4}{3}>\dfrac{6}{5}$ より成り立つ。

$(l,m,n)=(2,2,4)$ のとき $\dfrac{1}{l}+\dfrac{1}{m}+\dfrac{1}{n}=\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{4}=\dfrac{5}{4}>\dfrac{6}{5}$ より成り立つ。

よって、$(l,m,n)=(2,2,2),(2,2,3),(2,2,4)$